

MATLAB övning – Funktionsytor och nivåkurvor

Läs kapitel 5.7-5.9 i Jönsson eller kapitel 13.5, 13.7 i Pärt-Enander & Sjöberg och gör övningarna nedan.

Exempel 1. Rita funktionsytan till funktionen

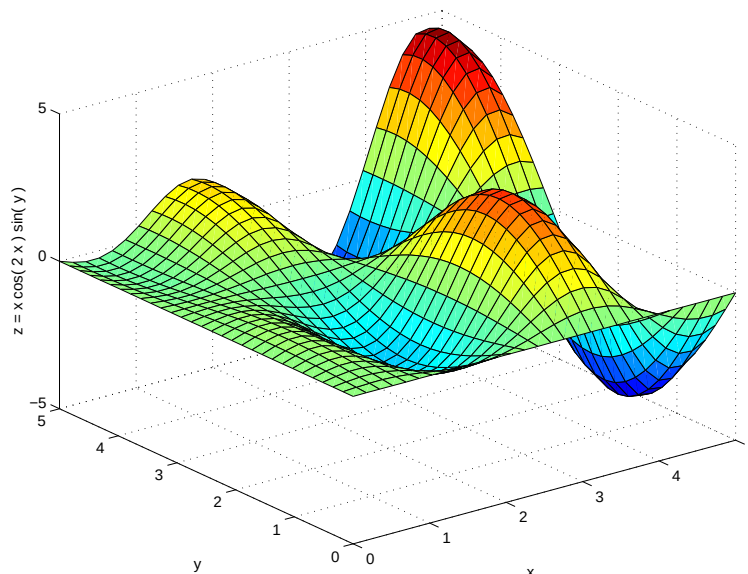
$$f(x, y) = x \cos(2x) \sin(y)$$

över området $0 \leq x \leq 5$ och $0 \leq y \leq 5$.

Den yta vi skall rita upp består av alla punkter $(x, y, f(x, y))$ där $0 \leq x \leq 5$ och $0 \leq y \leq 5$. Vi skall rita ytan med funktionen **surf**. För detta skall vi bilda en $m \times n$ -matris Z med elementen $Z_{i,j} = f(x_j, y_i)$ där $0 = x_1 < x_2 < \dots < x_n = 5$ och $0 = y_1 < y_2 < \dots < y_m = 5$. Vi går igenom några alternativa lösningar:

Alternativ 1. Vi bildar en vektor $\mathbf{x}$ med $\mathbf{n}$ komponenter likformigt fördelade mellan $\mathbf{0}$ och $\mathbf{5}$. På motsvarande sätt gör vi en vektor $\mathbf{y}$ med $\mathbf{m}$ komponenter. Därefter initierar vi $\mathbf{Z}$ till en matris, med $\mathbf{m}$ rader och $\mathbf{n}$ kolumner, fylld med $\mathbf{0}$:or. Vi fyller sedan på med rätt element i matrisen $\mathbf{Z}$ så att $\mathbf{Z(i,j)} = \mathbf{f(x(j),y(i))}$. Observera ordningen på $\mathbf{i}$ och $\mathbf{j}$. Med **surf** ritas vi ytan.

```
n=30; m=30;
x=linspace(0,5,n); y=linspace(0,5,m);
Z=zeros(m,n);
for i=1:m
    for j=1:n
        Z(i,j)=x(j)*cos(2*x(j))*sin(y(i));
    end
end
surf(x,y,Z)
```



Alternativ 2. I förra lösningen var lite besvärligt att hålla reda på var det skulle vara $\mathbf{i}$ resp. $\mathbf{j}$. Med funktionen **meshgrid** skapar vi två matriser $\mathbf{X}$ och $\mathbf{Y}$ så att $\mathbf{Z(i,j)} = \mathbf{f(X(i,j),Y(i,j))}$, dvs. indexproblemet är borta.

```
n=30; m=30;
x=linspace(0,5,n); y=linspace(0,5,m);
[X,Y]=meshgrid(x,y);
Z=zeros(m,n);
for i=1:m
    for j=1:n
        Z(i,j)=X(i,j)*cos(2*X(i,j))*sin(Y(i,j));
    end
end
surf(X,Y,Z)
```

Alternativ 3. Den allra smidigaste lösningen får vi då vi låter de nästlade repetitionssatserna i tidigare alternativ ersättas av komponentvisa operationer. Vi slipper nu även initieringen av **Z**.

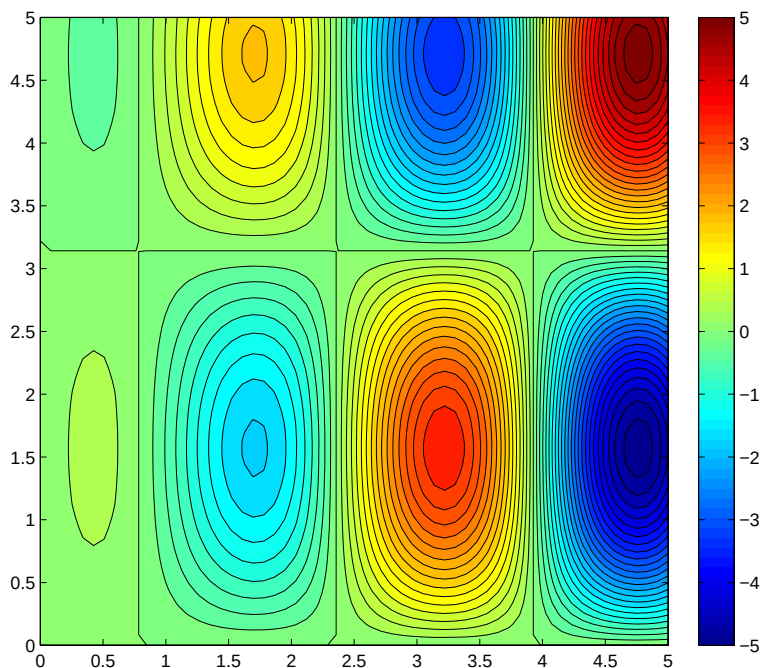
```
n=30; m=30;
x=linspace(0,5,n); y=linspace(0,5,m);
[X,Y]=meshgrid(x,y);
Z=X.*cos(2*X).*sin(Y);
surf(x,y,Z)
```

Text på axlarna sätter vi med

```
xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z = x cos( 2 x ) sin( y )')
```

Exempel 2. Vi skall rita nivåkurvor till funktionen från exempel 1, med hjälp av funktionen **contourf**.

```
n=60; m=60;
x=linspace(0,5,n); y=linspace(0,5,m);
[X,Y]=meshgrid(x,y);
Z=X.*cos(2*X).*sin(Y);
contourf(x,y,Z,[-5:0.2:5])
colorbar
axis square
```



Exempel 3. Vi kan även rita mer allmänna ytor med **surf**. En torus med lateralradie r och centralradie a kan parametreras enligt

$$\begin{cases} x(s,t) = (a + r \cos(s)) \cos(t) \\ y(s,t) = (a + r \cos(s)) \sin(t) \\ z(s,t) = r \sin(s) \end{cases}$$

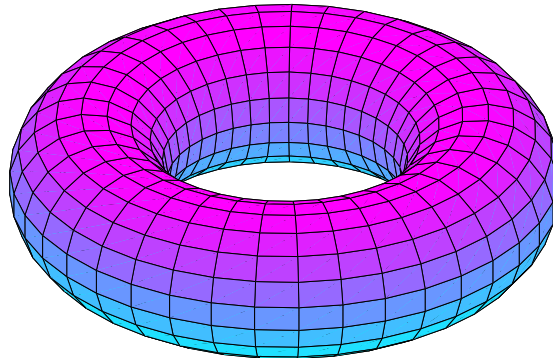
där $-\pi \leq s \leq \pi$ och $-\pi \leq t \leq \pi$.

Vi gör följande funktion som genererar data

```
function [x,y,z]=torus(r,a,n,m)
% [X,Y,Z]=torus(r,a,n,m) genererar n x m matriser så
% att surf(X,Y,Z) ger en torus med lateralradien
% r och centralradien a.
s=linspace(-pi,pi,n)'; % Obs. att detta är en kolonnvektor
t=linspace(-pi,pi,m); % och detta är en radvektor.
x=(a+r*cos(s))*cos(t);
y=(a+r*cos(s))*sin(t);
z=r*sin(s)*ones(size(t));
```

så att vi kan rita torusen med

```
[X,Y,Z]=torus(0.8,2,2)
surf(X,Y,Z)
axis equal, axis off
colormap(cool)
```



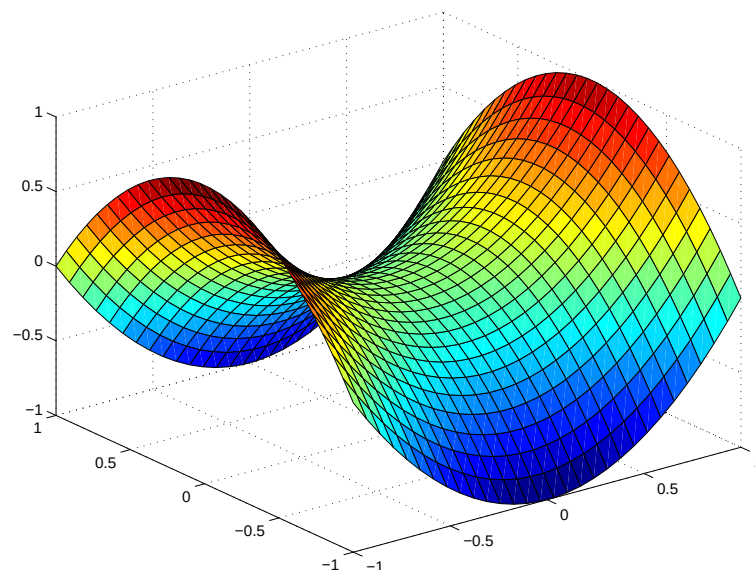
Övningsuppgifter

1. Rita funktionsytan till $f(x,y) = x^2 - y^2$ för $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$.
2. Rita nivåkurvor till funktionen i övning 1.
3. Rita några sfärer genom att använda funktionerna **sphere** och **surf**.

Lösningar till övningsuppgifter

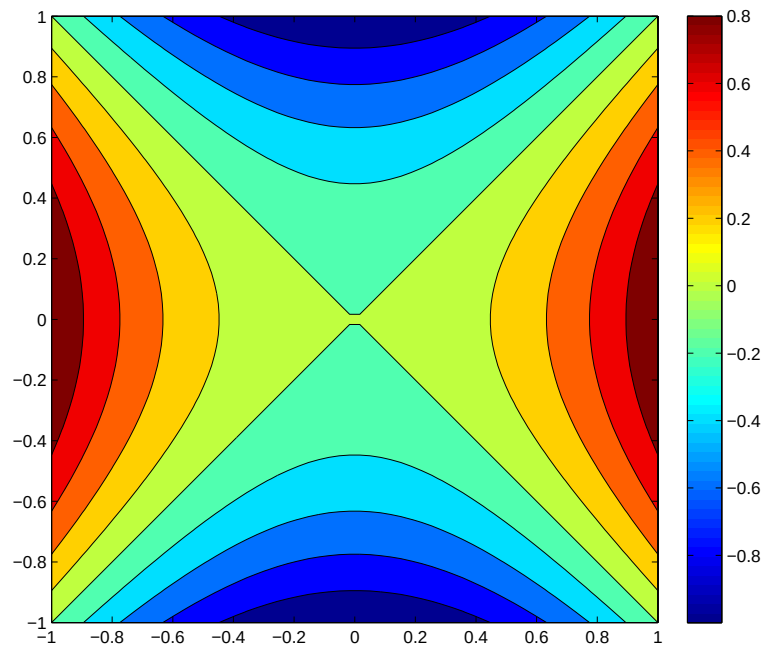
1.

```
n=30; m=30;
x=linspace(-1,1,n); y=linspace(-1,1,m);
[X,Y]=meshgrid(x,y);
Z=X.^2-Y.^2;
surf(x,y,Z)
```



2.

```
n=60; m=60;
x=linspace(-1,1,n); y=linspace(-1,1,m);
[X,Y]=meshgrid(x,y);
Z=X.^2-Y.^2;
contourf(x,y,Z)
colorbar
axis square
```



```

3. [X,Y,Z]=sphere(40);
   surf(X,Y,Z)
   hold on
   r=0.7; surf(r*X-2,r*Y,r*Z)
   r=0.5; surf(r*X-1,r*Y-1,r*Z)
   hold off
   colormap(jet)
   axis([-2 1 -2 1 -1.5 1.5]), axis square, box on

```

