

DATORÖVNING 5 — FINITA ELEMENTMETODEN I 2-D

Allmänt. Dokumentera ditt arbete i ett pdf-dokument. Spara detta till examinationen och så att du kan läsa på inför tentamen. Datorövningarna kan ge upp till 3 bonuspoäng till tentamen. Datorövningarna examineras i vecka 7–8 genom att du visar upp din skriftliga dokumentation och kör dina program för din lärare. Dessutom kommer ett väsentligt antal tentamensfrågor handla om detta material.

Samarbete uppmuntras, men detta är inget grupparbete. Varje student måste göra sina egna datorprogram och sina egna dokument. Den som inte har full kontroll över detta klarar inte examinationen.

Mål. Att lära hur man löser randvärdesproblem i två variabler med finita elementmetoden med MATLABs PDE Toolbox.

Litteratur. Fö 6.2-3 FEM2 och P. Möller:Handledning till PDEToolbox.

Inledning. Starta användargränssnittet för PDE Toolbox med kommandot

```
>> pdetool
```

Vi ska lösa randvärdesproblem av typen “Generic scalar problem” vilket är normalt redan inställt i menyn. Det vill säga randvärdesproblem av typen

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (c \nabla u) + au = f & \text{i } D, \\ n \cdot (c \nabla u) + qu = g & \text{på } S_2 \text{ (Neumann),} \\ hu = r & \text{på } S_1 \text{ (Dirichlet).} \end{cases}$$

Här har jag använt beteckningar enligt PDE Toolbox. Man måste kunna översätta från beteckningar enligt föreläsningssanteckningarna:

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (a \nabla u) + cu = f & \text{i } D, \\ \hat{\mathbf{N}} \cdot (a \nabla u) + k(u - u_A) = g & \text{på } S_2 \text{ (Neumann/Robin),} \\ u = u_A & \text{på } S_1 \text{ (Dirichlet),} \end{cases}$$

där $\hat{\mathbf{N}} \cdot (a \nabla u) = a \hat{\mathbf{N}} \cdot \nabla u = a D_{\hat{\mathbf{N}}} u$.

Uppgift. Lös värmeledningsproblemet i området D som består av kvadraten $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ minus kvadraten $0.5 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 0.5$. Inga inre värmekällor, värmeledningskoefficient $=1$, temperaturen $u = 1$ för $y = 0$ och $u = 0$ för $x = 1$, övriga ränder perfekt isolerade. Plotta flödestätheten och se hur värmen flödar runt hörnet från den varma sidan till den kalla.

Tips. Välj “Options: Grid och Snap” så blir det lättare att göra ett område med exakta mått. Rita de två kvadraterna och subtrahera. Gå till “Boundary: Boundary mode”, klicka på varje sida och “Boundary: Specify boundary condition”. Gå till “PDE: PDE specification”. “Plot: Parameters, Arrows” `-c*grad(u)`. “Solve: Parameters, Adaptive mode”.

Variant: använd variabel värmeledningskoefficient, till exempel, $c(x, y) = 1 + x$.