

TMV166/186 Linjär algebra M och TD, vt 10

Vecko-PM läsvecka 3

Lay: 3.1-3.3 Determinanter

I kapitel 3.1 introduceras *determinanten* till en matris. Detta studerade vi i den inledande kursen, men då bara för 2×2 - och 3×3 -matriser. Sats 1 tillsammans med sats 3 i avsnitt 3.2 är väsentlig vid determinantberäkning. Väsentligt är att acceptera att det finns en enkel regel som gäller tvåradiga matriser, en inte fullt så enkel för tre radiga matriser (Sarrus regel). Det finns ingen liknade beräkningsmetod för större matriser, i allmänhet är det den algoritm som erhålls från Sats 3.2.3 som ger det mest effektiva beräkningssättet.

Sats 2, om determinanten av en triangulär matris, leder till sats 4, som är ett viktigt tillägg till sats 8 i kapitel 2. Nämligen att en matris är inverterbar om och endast om dess determinant inte är 0.

Cramers regel i 3.3 ger en formel för beräkning av lösning till ekvationssystem, en obekant i taget. Beviset, som du bör lära dig, utnyttjar determinantens multiplikativa egenskap. En hel del av tidigare idéer används också. Metoden är inte direkt ämnad för praktiskt bruk då man löser ekvationssystem, men ger en möjlighet att beskriva lösningen eller del av den. Detta är värdefullt i en del tillämpningar, därför skall du kunna den.

Metoden för matrisinvertering i Sats 3.3.8 är arbetskrävande och rekommenderas inte heller för praktiskt bruk, i synnerhet inte för matriser större än 3×3 . Metoden är huvudsakligen av teoretiskt intresse.

Också area och volymberäkning med determinant är repetition från första kursen. Tillämpningen i sats 10 är väsentlig vid variabelsubstitution i dubbelintegraler (även trippelintegraler eller med ännu fler variabler) som studeras i nästa kurs.

Lärmål:

För att bli godkänd på kursen skall du kunna:

Lay	Mål
3.1	beräkna determinanten för en matris av godtycklig storlek med hjälp av sats 1
3.2	förenkla kalkylerna med hjälp av sats 2, 3 och 5
3.2	utnyttja sats 4 för att avgöra om en matris är inverterbar
3.2	tillämpa sats 6 i problemlösning
3.3	utnyttja Cramers regel (sats 7) i problemlösning
3.3	beräkna invers till 3×3 -matris med hjälp av sats 8

För överbetyg skall du också kunna:

Lay	Mål
3.2	bevisa att en matris A är inverterbar om och endast om $\det(A) \neq 0$ (sats 4)
3.3	bevisa Cramers regel (sats 7)
3.3	redogöra för determinantens tolkning som area- eller volymskala för en linjär avbildning

Rekommenderade uppgifter

(PP är förkortning av Practice problems. Här menas att du bör inleda med att göra alla dessa. Du hittar dem direkt före övningarna till respektive avsnitt.)

Avsnitt	Godkäntnivå		Överbetygsnivå
	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	
3.1	PP, 3, 15, 19, 20, 21, 37	7, 17	
3.2	PP, 1, 3, 5, 7, 11, 21, 25, 29	9, 15, 17, 19, 27, 37	32, 39, 43
3.3	PP, 1, 5, 13	19, 21, 23	26, 27, 32