

Tentamen i Matematisk analys D TMV170, MMGD30,
2015-04-14

Kl. 8.30 – 12.30. Telefonvakt: Anders Martinsson, 0703-088304

Tillåtna hjälpmedel: BETA, inga räknare.

Totalpoäng: 50. Betygsgränser: 20, 30 och 40, resp 20 och 36.

I de fall då en funktion efterfrågas, ange även funktionens definitionsmängd.

1. Lös begynnelsevärdesproblemet $y' = xy^2$, $y(0) = 1$. (6 p)

2. Lös begynnelsevärdesproblemet $y' + 2\frac{y}{x} = -\frac{2}{x(1-x^2)}$, $y\left(\frac{1}{2}\right) = 0$. (6 p)

3. Lös begynnelsevärdesproblemet $y'' + 4y' + 4y = 25 \sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$. (8 p)

4. Betrakta det område som begränsas av kurvan $y = e^{-x^2}$ och x -axeln för $x \geq 1$. Beräkna volymen av den kropp som bildas då detta område roteras runt y -axeln. (6 p)

5. Finn alla talpar (a, b) sådana att $y = x^2 + ax + b$ tangeras av både $y = x$ och $y = -2x$. (6 p)

6. Låt x_i och y_i vara konstanter för $i = 1, \dots, n$. Bestäm b så att

$$Q(b) = \sum_{i=1}^n (y_i - bx_i)^2$$

minimeras. (6 p)

7. Newtons andra lag säger att accelerationen hos ett objekt ges av kraften det utsätts för, dividerat med dess massa, $a = F/m$, eller vanligare uttryckt $F = ma$. Ett objekt med massan m är stillastående vid tiden 0. Objektet utsätts för en konstant kraft g , och i motsatt riktning en kraft som är proportionell mot objektets hastighet, med proportionalitetskonstant k . Bestäm objektets hastighet vid tiden t . (6 p)

8. Approximera $y(4)$ med Eulers metod med steglängd 1, där

$$y(x) = 1 + \int_1^x y(t)(t - y(t))dt.$$

(6 p)