

Tentamen i Matematisk analys D TMV170, MMGD30,
2015-08-25

Kl. 8.30 – 12.30. Telefonvakt: Tim Cardilin, 0703-088304

Tillåtna hjälpmedel: BETA, inga räknare.

Totalpoäng: 50. Betygsgränser: 20, 30 och 40, resp 20 och 36.

I de fall då en funktion efterfrågas, ange även funktionens definitionsmängd.

1. Lös begynnelsevärdesproblemet $y' = \cos(x)e^y$, $y(\pi) = -\ln(2)$. (6 p)

2. Lös begynnelsevärdesproblemet $y' + \frac{y}{2x} = 1$, $y(1) = 1$. (6 p)

3. Lös begynnelsevärdesproblemet $2y'' - 3y' + y = x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. (8 p)

4. Bestäm

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{e^x - 1 - x},$$

genom att Taylorutveckla täljare och nämnare. (6 p)

5. Betrakta det område som begränsas av $f(x) = e^x - ex$ och $g(x) = 1 - x$. (Kurvorna skär varandra då $x = 0$ samt då $x = 1$.) Beräkna volymen hos den kropp som uppstår då området roteras runt x -axeln. (6 p)

6. Beskriv och skissa mängden av alla $z \in \mathbb{C}$ sådana att $i(z^2 - \bar{z}^2) = 4$. (6 p)

7. Tjockleken på en cylinderformad burks hölje anses vara konstant (och tunt). Bestäm hur burkens höjd ska förhålla sig till radien i burkens bottenarea, om volymen ska maximeras med avseende på fix materialåtgång. (6 p)

8. Visa att Newtons metod applicerad på ekvationen $\frac{2x}{1+x^2} = 0$ konvergerar (d.v.s. närmar sig en lösning) för alla startvärden $x_0 \in (-1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$. (6 p)