

# Tentamen i Matematisk analys D, TMV170 och MMGD30, 2015-03-19

Klockan 14.00–18.00 Telefonvakt: Tim Cardilin, 070-308 83 04

Tillåtna hjälpmedel: BETA, inga räknare.

Totalpoäng: 50. Betygsgränser: 20, 30 och 40, resp 20 och 36.

1. Lös begynnelsevärdesproblemet  $y' = (1 + \ln x)(1 + y)$ ,  $y(1) = 1$ . (6 p)
2. Lös begynnelsevärdesproblemet  $3y = (x - 1)y' + 6x^2 - 2x - 4$ ,  $y(2) = 13$ . (6 p)
3. Lös begynnelsevärdesproblemet  $y'' = -y - 2 \sin x$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -1$ . (8 p)
4. Betrakta det område som begränsas av  $f(x) = e^x - ex$ ,  $x$ -axeln och  $y$ -axeln. Beräkna volymen hos den kropp som uppstår då området roteras runt  $x$ -axeln. (6 p)
5. Beskriv och skissa mängden av alla  $z \in \mathbb{C}$  sådana att  $|z - i| = z + \bar{z}$ . (6 p)
6. Bestäm arean av den största rektangel som får plats mellan  $x$ -axeln och kurvan  $e^{-x^2}$ , då rektangelns ena sida ska ligga på  $x$ -axeln. (6 p)
7. Lös integralekvationen

$$y = \pi + 2 \int_0^{\ln x} y(e^t) dt.$$

(6 p)

8. Beräkna

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \sin^2 \left( \frac{k\pi}{n} \right)$$

(6 p)