1. a) **Svar:** -2
   b) **Svar:** $-2y_1^2 + 3y_2^2$
   c) **Svar:** 6
   d) **Svar:** $B^{-1} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 6 & -4 & 5 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
   e) **Svar:** $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} -2s+t \\ s \\ s \\ -t \\ t \end{bmatrix}$
   f) **Svar:** $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{c}_1,\ \boldsymbol{c}_2,\ \boldsymbol{c}_4\}$ där $\boldsymbol{c}_k$ är kolonn $k$ i matrisen $C$.

2. Enligt sats är $\mathrm{Col}(A))^\perp = \mathrm{Nul}(A^T)$, alltså $\boldsymbol{x} \in \mathrm{Col}(A))^\perp \Leftrightarrow A^T\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$

   **Svar:** $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix}$

3. a) Gram-Schmidts ortogonaliseringsprocedurger ortogonal bas $\{\boldsymbol{u}_1,\ \boldsymbol{u}_2,\ \boldsymbol{u}_3\}$ där $\boldsymbol{u}_1 = \boldsymbol{v}_1$,

   $\boldsymbol{u}_2 = \boldsymbol{v}_2 - \frac{\boldsymbol{u}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2}{\|\boldsymbol{u}_1\|^2}\boldsymbol{u}_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}^T$, och

   $\boldsymbol{u}_3 = \boldsymbol{v}_3 - \frac{\boldsymbol{u}_1 \cdot \boldsymbol{v}_3}{\|\boldsymbol{u}_1\|^2}\boldsymbol{u}_1 - \frac{\boldsymbol{u}_2 \cdot \boldsymbol{v}_3}{\|\boldsymbol{u}_2\|^2}\boldsymbol{u}_2 = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$

   Normering ger ON-basen $\{\hat{\boldsymbol{u}}_1,\ \hat{\boldsymbol{u}}_2,\ \hat{\boldsymbol{u}}_3\}$ där $\hat{\boldsymbol{u}}_1 = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}^T$, $\hat{\boldsymbol{u}}_2 = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}^T$ och $\hat{\boldsymbol{u}}_3 = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$.

   b) Projektionen av $\boldsymbol{u}$ på $W$ är $\begin{bmatrix} 5 & 6 & -4 & 2 \end{bmatrix}$.

4. a) För $p = 4$ och för $p = -2$.
   b) $p = 4$ ger lösningen $\boldsymbol{x} = s\begin{bmatrix} -5 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T + t\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$

5. Eftersom $\mathrm{Rank}(A) = \mathrm{Rank}([A\ B]) = 3$ så är $\dim(\mathrm{Nul}(A)) = 5 - 3 = 2$. Ekvationen $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ har därför lösningen $\boldsymbol{x} = r\boldsymbol{v}_1 + s\boldsymbol{v}_2$. Lösningen till $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}_1$ är $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{u}_1 + r\boldsymbol{v}_1 + s\boldsymbol{v}_2$, lösningen till $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}_2$ är $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{u}_2 + t\boldsymbol{v}_1 + u\boldsymbol{v}_2$.

   **Svar:** $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r & t \\ s & u \end{bmatrix}$

6. **Svar:** S F F F S F.

7. .

   a) se boken

   b) se boken

   c) **Svar:** $d_1\boldsymbol{v}_1$.