MATEMATIK, CHALMERS

Omtentamen Diskret Matematik – IT, TMV200, HT09, den 17 augusti 2010

Hjälpmedel: inga hjälpmedel. Telefonvakt: Martin Berglund, tel.0703-088304
Rättade tentor kan ses och hämtas på onsdag 8 sept kl.11.45–12.45 i MVL11 (MV, entréplan)

Förklara i detalj hur du resonerar och räknar.
Poäng ges inte för bara svaren, utan för fullständig förklaring av lösningarna.

1. Låt $x_n = 2^{2n} - 1$. Räkna ut x_1, x_2, x_3, och ställ upp en hypotes om delbarhet av x_n.

   Bevisa din hypotes. (6p)

2. Låt p vara ett primtal och a ett heltal. Visa att om p inte delar a, så finns ett heltal x sådant att p delar $(ax - 1)$. (6p)

3. Ge minst två olika bevis för formeln $\sum_{k=0}^{n} \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} = 2^n$ (6p)

4. En schackbräde består av 8×8 rutor. Hur många kvadrater finns det på brädet? (Kvadrater består av ett helt antal rutor: 1×1, 2×2, $3 \times 3, \ldots$).

   Svara med en summa innan du beräknar antalet. (6p)

5. Beskriv vilka tal som ingår i mängderna S och T, med induktiv definition:

   Bas: $0 \in S$, $7 \in S$
   Induktion: $x \in S \Rightarrow x + 14 \in S$
   Det finns inga fler element i S

   Bas: $4 \in T$,
   Induktion: $y \in T \Rightarrow y + 9 \in T$
   Det finns inga fler element i T

   Vilka tal ingår i $S \cap T$? (6p)

6. Ge tre exempel på kombinatoriska frågor som har svar 56, med olika kombinationer eller permutationer. (7p)

7. Bevisa följande lagar i satslogik:

   (a) $A \to B \Leftrightarrow \neg A \vee B$
   (b) $A \to B \Leftrightarrow \neg B \to \neg A$ (6p)

8. Låt n vara ett positivt heltal.

   (a) Hur många lösningar har ekvationen $x + y = n$ med x och y naturliga tal? (7p)
   (b) Hur många lösningar har ekvationen $x + y + z = n$ med x, y och z naturliga tal?
   (c) Hur många lösningar har ekvationen $x + y + z + t = n$ med x, y, z, t naturliga tal?

Lycka till! **Laura Fainsilber**