Diskret Matematik

Kombinatorikprinciper

Vi tar upp några fler fundamentala (och intuitivt naturliga) hjälpmedel för att räkna.

• **Additionsprincipen:** Låt A och B vara två disjunkta ändliga mängder. Då är

$$|A \cup B| = |A| + |B|$$

Tolkning: när det finns olika sätt att välja och alla skall tas hänsyn till adderar man antalen de olika sätt kan genomföras på.

Exempel: På hur många sätt kan du plocka tre ess eller tre kungar ur ett kortspel?

• **Multiplikationsprincipen:**

$$|A \times B| = |A| \cdot |B|$$

Om man skall utföra flera operationer i tur och ordning, där den första kan utföras på n sätt och den andra på m sätt, så kan man utföra hela processen på $n \cdot m$ sätt.

Exempel: Om man skall välja en mössa och ett par byxor, och har 3 mössor och 5 par byxor att välja på, så kan man klä sig på $3 \cdot 5 = 15$ olika sätt. (rita ett träd)

• **Permutationer:** Antalet sätt att välja k element bland n stycken och ordna dem är

$$\frac{n!}{(n-k)!}$$

där "n fakultet" är $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ...(n-2) \cdot (n-1) \cdot n$

Exempel: Antalet sätt att sätta fyra barn på fyra stolar är $\frac{4!}{0!} = 1.2.3.4/1 = 24$

Antalet sätt att sätta tre barn på fyra stolar är $\frac{4!}{1!} = 1.2.3.4/1 = 24$

Antalet sätt att sätta tre barn på fem stolar är $\frac{5!}{2!} = 1.2.3.4.5/2 = 60$

• **Kombinationer:** Antalet sätt att välja k element bland n stycken utan att ta hänsyn till ordning är

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Exempel: Antalet sätt att välja en grupp med tre elever ur en klass med 15 elever är

$$\binom{15}{3} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 13 \cdot 7 \cdot 5 = 455$$

• **Inklusion-exklusionsprincipen:** . Låt A och B vara två ändliga mängder. Då är

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Exempel: Hur många av talen mellan 1 och 100 är delbara med 2 eller 3?

Generalisera principen till unionen av tre mängder

• **Dirichlets lådprincip**, (Pigeonhole principle) Låt A och B vara två mängder Om A har fler element än B och f är en funktion från A till B, så finns det minnst två element i A som avbildas till samma element i B.

Exempel: Av 8 personer föddes minst två samma veckodag.

Decimalutvecklingen av varje rationellt tal inehåller en upprepad sekvens av siffror.