Att hitta på egna uppgifter (av S. Lemurell, L. Fainsilber)

• På måndagarna har vi ett 3-timmars pass där ni i små grupper skall hitta egna uppgifter om det material som vi bearbetat veckan före. Gruppsalar är bokade, och Genkai/Jakob Urban handleder och svarar på frågor.

Poängen är att ni, genom att ställa er de frågor som en lärare ställer sig, bearbetar kursens stoff och får djupare förståelse.
Hur skall man jobba då? vilka frågor skall man ställa sig? Jo, först och främst kan man fundera på veckan som gått:

- Vad har jag lärt mig under veckan? Vad var det som var viktigast?
- Har jag tidigare haft frågor eller funderingar som är relaterade till stoffet?
- Hur har min syn på stoffet ändrats? Dyker det upp nya frågor?
- När och hur har jag kommit till nya insikter?

Man skall då omvandla det egna lärande till en uppgift: *Kan jag leda någon annan att dela mina nya insikter genom att uppmuntra dem att räkna ut något?*

När ni i gruppen tycker att ni har en rätt så färdig uppgift och ni har funderat lite på hur lösningarna skall se ut, testar en annan grupp er uppgift. (Om ni inte har en lämplig annan grupp i lokalen hjälper handledarna med att förmedla kontakten.) Det innebär att även ni testar en annan grupps uppgift. Då gäller det att

- Försöka lösa uppgiften.
- Kontrollera att den är korrekt formulerad och inte kan missförstås
- Fundera på vad uppgiften vill uppnå.
- Fundera på vad man lär sig (eller inte lär sig) av den.
- Fundera på huruvida svårigheten ligger i formuleringen eller i själva stoffet.

Lämna så mycket feedback som möjligt för att hjälpa författarna!
När ni fått feedback på er uppgift är det dags att fundera: skall vi behålla den? Förbättra den? Förtydliga insruktionerna? Göra en helt annan?
Sedan skriver ni en fullständig lösning.

Varannan vecka, dvs efter varje tema, lämnar varje grupp in två uppgifter, en för varje vecka. Uppgifterna bedöms och poängsätts; en bra uppgift som gärna är av teoretisk karaktär ger höga poäng medan en ”vanlig” övningsuppgift kopierad ur en bok ger låga poäng. Deadlines för inlämning av de egenkonstruerade uppgifterna med lösning är i början av föreläsningen **tisdag den 8/11 (logik och bevisföring), tisdag den 22/11 (heltalsaritmetik) respektive tisdag den 6/12 (kombinatorik och grafer)**. För detta arbete kan man sammanlagt erhålla upp till 4 bonuspoäng till tentan.

Exempel av egna uppgifter :

Logik/Mängdlära

• I kursboken finns ett exempel där det bevisas följande ekvivalens

$$\neg\left[\forall x : [P(x) \to Q(x)]\right] \Leftrightarrow \exists x : [P(x) \wedge \neg Q(x)].$$

Vi kan tänkas oss hur skall vi hitta motsvarande ekvivalens för följande påstående?

$$\neg\left[\forall x \exists y : [P(x) \to Q(y)]\right]$$

• (Modig fråga om mängder och funktioner) Vi har sett att det går att definera $A \times B$ för mängder. Vi begränsas på ändliga mängder och påminner oss att $a^2 = a \times a, a^3 = a^2 \times a$ osv för vanliga tal. För mängder har vi $|A \times A| = |A|^2$. Om vi betecknar $A \times A$ med A^2 så kan det skrivs som $|A^2| = |A|^2$. A^2 är mängder

$$A^2 = \{(a(1), a(2)) : a(1) \in A \wedge a(2) \in A\}$$

dvs alla par $(a(1), a(2))$ av element i A. Vi lärde oss också begreppet funktion. Här ser vi att varje element i A^2, $(a(1), a(2))$ är precis en funktion a från $\{1, 2\}$ till A, $a : 1 \mapsto a(1), 2 \mapsto a(2)$; omvänt, varje funktion, säger a från $\{1, 2\}$ till A motsvarar ett par $(a(1), a(2))$.

Fråga: Definiera A^3. Beskriv den med hjälp av funktioner från $\{1, 2, 3\}$ till A.

Modig fråga: Kan man tänkas sig att definiera A^B för mängder, så att antalet blir $|A^B| = |A|^{|B|}$? Jämför också med potensmängden 2^B! Är din definition konsekvent med produktmängden A^2 och potensmängden 2^B?

Heltal

• Eftersom att hitta inversen i $\mathbb{Z}_n$ är centralt i kryptering kan vi tänka oss att fråga

Hur beräknar vi inversen till $a = 13$ i $\mathbb{Z}_{24}$?

En ytterligare (modig) fråga: Kan vi beräkna inversen till a i $\mathbb{Z}_n$ på dator?

Kombinatorik

• På exemplet 8.2.3 beräknar vi antalet placeringar av 8 personer runt ett bord. En naturlig (och praktisk) fråga är

Hur många bordplaceringar finns om två personer, A och B, skall sitta bred med varandra (att A sitter vänster resp. höger om B räknas som olika)?