SI PASS 1 FACIT

1. a) Antag att slutsatsen är falsk,men hypotesen sann då är c=1.
Eftersom $c \to \neg b \lor \neg a$ så måste minst en av a och b vara falsk. Men b kan ej vara sann för då blir a falsk och då blir $b \to a$ falsk. Om b är falsk så måste enligt $d \to b$ måste d också vara falsk. Men d måste vara sann enligt sista hypotesen. Vi har då en motsägelse.
Argumentet är alltså giltigt.
b) Argumentet är ogiltigt. T.ex. om a är falsk medan b, c och d är sanna. Då är hypotesen sann men slutsatsen falsk.

2. P(x) : x klarar tentan i diskret matematik
Q(x) : x pluggar hemma
R(x) : x går på SI-passen

$P(x) \to (Q(x) \lor R(x))$

3.
$\forall x \forall y \forall z\, P(x, y, z)$. Falskt
Om x+y>0 så stämmer det ej för z då z=0

$\forall x \forall y \exists z\, P(x, y, z)$. Sant
Givet valfritt x och y kan man alltid hitta ett z sådant att $x^2+y^2 \le z^2$

$\forall x \forall z \exists y\, P(x, y, z)$. Falskt
Om x>z så finns det inget naturligt tal y sådant att $x^2+y^2 \le z^2$

$\exists x \exists y \forall z\, P(x, y, z)$. Sant
x=0 och y=0 ger att $x^2+y^2 \le z^2$ stämmer för alla z

$\exists x \exists z \forall y\, P(x, y, z)$. Falskt
Oavsett hur stort z^2-x^2 blir så kommer det alltid att finnas ett y så att $y^2 > z^2-x^2$

4. P(x) och Q(x) kan vara falska för alla x. Då är $\forall x[P(x) \to Q(x)] \Rightarrow \exists x Q(x)$ inte en korrekt logisk implikation för det finns inget x så att Q(x) är sann.

5. a) Sant.
b) Falskt

6.
P(x) : x är en väl förberedd student
Q(x) : x klarar sina tentor

$\forall x\, P(x) \to Q(x)$
$\exists x\, P(x)$
– – – – – – – – – –
$\exists x\, \neg Q(x)$

Argumentet är ogiltigt för att alla studenter skulle kunna vara väl förberedda.