MATEMATIK | **Hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa**
Chalmers tekniska högskola | Datum: 20101023 kl. 8.30–12.30

TMV225/176 Inledande Matematik M/TD
Övningstentamen 3

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39, 5: 40-50.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

---

1. Denna uppgift omfattar 8 p och finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.**

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng**. Motivera och förklara så väl du kan.

2. (a) Vi vill tillverka en bränsletank med den totala volymen 18π dm^3 som är utformad som en cylinder med en halvsfär på vardera sida. Beräkna radien för den cylinder som motsvarar den mest kostnadseffektiva bränsletanken givet att kostnaden för att tillverka halvsfärerna är 2 kr/dm^2 medan kostnaden för att tillverka cylindern är 1 kr/dm^2. (4 p)

(b) Hur noggrannt måste vi kunna tillverka radien om budgeten inte tillåter att kostnaden avviker från den optimala med mer än 6π kr? (3 p)

3. Rita grafen till (6 p)

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3x}{|x|(x+1)}.$$

4. Beräkna följande gränsvärden (utan l'Hospitals regel) (3+3 p)

(a) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}{\tan x}$,

(b) $\lim_{x\to 0} \frac{2\sin 3x - 3\sin 2x}{5x - \arctan 5x}$.

5. Någon MATLAB-uppgift. (6 p)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1 p, inget svar 0 p och fel svar -1 p. Dock ej mindre än 0 p totalt.

(a) Om $f'(x) \leq 0$ på ett intervall så är f ej strängt växande på intervallet.

(b) $\frac{d}{dx}|x^2 + x| = |2x + 1|$.

(c) Funktionen $f(x) = x|x|$ är deriverbar i punkten $x = 0$.

(d) Om $D_1 \neq D_2$ så är de två planen $Ax + By + Cz = D_1$ och $Ax + By + Cz = D_2$ parallella.

(e) Om $f(a) < 0$ och $f(b) > 0$ så har f minst en rot i intervallet $[a, b]$.

(f) Punkten $\mathbf{x}_0 = (-7, 11, -5)$ är skärningspunkten mellan planet $\pi : 3x + 4y - z = 0$ och linjen $l : (x, y, z) = (1 + 2t, 1 - t, 1 + t), t \in \mathbb{R}$.

7. Formulera och bevisa medelvärdessatsen (eventuella hjälpsatser måste formuleras men behöver inte bevisas). (6 p)

8. (a) Skriv ned definitionen av att f är Lipschitz-kontinuerlig på ett intervall I. (1 p)

(b) Skriv ned definitionen av att $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ är en Cauchy-följd. (1 p)

(c) Antag att f är en kontinuerlig funktion på intervallet $(0, 1]$ som är deriverbar på $(0, 1)$ med $|f'(x)| \leq L$ för alla $x \in (0, 1)$ där $L \in \mathbb{R}$. Visa att högergränsvärdet

$$\lim_{x \to 0^+} f(x)$$

är ändligt. Ledning: Studera talföljden $a_n = f(1/n)$, $n = 1, 2, 3, \ldots$. (4 p)

Lycka till!

Stig och Hossein

Anonym kod	**TMV225/176 Inledande Matematik M/TD 20101023**	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats(endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Lös olikheten $|2x - 5| > 3$. (2 p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Bestäm vektorprojektionen av vektorn $\mathbf{v} = (2, 1, 3)$ på vektorn $\mathbf{u} = (1, 2, 3)$. (2 p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Beräkna följande gränsvärden. (1+1 p)

(i) $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{x}$

(ii) $\lim_{x\to\infty} \frac{(x+e^x)^2}{3e^{2x}}$

Lösning:

Svar: ....

(d) Beräkna $\sin(2 \arctan \frac{3}{4})$. (2 p)

Lösning:

Svar: ....