

Övningstentamen 1, TMV225/176 Inledande matematik M/TD, ht 2012

Inga hjälpmedel. Kalkylator ej tillåten.

Skriv väl, motivera och förklara vad du gör.

Betygsgränser: 3: 20–29p, 4: 30–39p, 5: 40–.

1. Till denna uppgift ska du endast lämna in svar. (7 × 2 p = 14 p)

(a) Bestäm ekvationen för planet genom punkterna $A = (-1, 2, 1)$, $B = (0, 6, 3)$ och $C = (1, 1, 4)$.

(b) En rät linje går genom punkterna $P = (1, 0, 3)$ och $Q = (-4, 1, 2)$. Skriv ned linjens ekvation på parameterform.

(c) Skriv ned linjäriseringen $L(x)$ för $\ln(1+x)$ kring $x = 0$.

(d) Beräkna $\cos(2 \arctan(\frac{3}{4}))$.

(e) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin(1/x)$.

(f) Skriv ned fixpunktsalgoritmen för ekvationer av typen $x = g(x)$ i form av en MATLAB funktionsfil.

(g) Låt $f(x) = x^3 + 2x$. Beräkna $(f^{-1})'(3)$.

2. (a) Skissa grafen till funktionen $f(x) = e^{x-2} - x$. Ange eventuella extremvärden, inflexionspunkter och konkavitet. (4 p)

(b) Skriv MATLAB-kommandon som plottar grafen på ett lämpligt intervall. (2 p)

3. (a) Beräkna en Lipschitz-konstant för funktionen $g(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$ på intervallet $[1, 2]$. (4 p)

(b) Visa att $x \in [1, 2] \Rightarrow g(x) \in [1, 2]$. (2 p)

4. Visa att $\ln(1+x) > \frac{x}{1+x}$ för $x > 0$. (6 p)

5. (a) Beräkna avståndet från punkten $(1, 2, 3)$ till planet $3x = 4z + 2$. (3 p)

(b) Skriv en MATLAB-funktion som beräknar skalära projektionen av en vektor $\mathbf{u}$ på en vektor $\mathbf{v}$. Ange sedan hur man använder denna för att lösa uppgift (a). (3 p)

6. Använd Gauss eliminationsmetod för att lösa (6 p)

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 25 \\ x - 2y + 3z = 12 \\ 2x + 3y + z = 29 \end{cases}$$

7. Formulera och bevisa medelvärdessatsen (eventuella hjälpsatser måste formuleras men behöver inte bevisas). (6 p)

Lycka till!