

* Idag: Beräkningsmatematik,
MATLAB,
LaTeX

* Matematik handlar till stor del om formulering och lösning av ekvationer.

Vilka ekvationer kan vi lösa?

$$5x + 3 = 6 \quad \checkmark$$

$$9x^2 - 7x + 8 = 0 \quad \checkmark$$

$$x^3 = -5 \quad \checkmark$$

$$\sin x = \cos x \quad \checkmark$$

$$x = \cos x \quad ?$$

$$x^{17} - 3x^3 = 1 \quad ?$$

$$\ln \sin x = \sqrt{x} \quad ?$$

* De allra flesta ekvationer kan vi inte lösa med papper och penna (analytiskt).

Dessa ekvationer måste lösas numeriskt!

Vi kommer därför att studera följande verktyg:

- Lipschitz-kontinuitet
- Fixpunktsiteration
- Kontraktionsbildningar
- Newtons metod
- Programmering

* Exempel: Lös $x = \cos x$

$$\text{Låt } x_0 = 1$$

$$\text{Tag } x_1 = \cos x_0$$

$$x_2 = \cos x_1$$

$$x_3 = \cos x_2$$

$$\vdots$$

$$x_n = \cos x_{n-1}$$

Detta är en fixpunktsiteration

Som konvergerar mot lösningen

$$x \approx 0.739 \text{ eftersom } x \mapsto \cos x$$

är en kontraktion, dvs $g(x) = \cos x$

har en Lipschitz-konstant $L_g < 1$.

Mer om detta på de kommande föreläsningarna!

* Programmering

Numerisk lösning innebär oftast iterativ lösning med väldigt många iterationer och lösning av väldigt många ekvationer.

$\Rightarrow$ datorberäkning

$\Rightarrow$ programmering

Lösnings: assembler

MOV EAX, [EBX]

(flytta 4 bytes från adressen i registret EBX till registret EAX)

Mellanvärd: C, C++, Fortran, ...

double $x = 0.0;$

for (int $i = 0$; $i < 10$; $i++$)

$x += 1.0 / \text{static_cost} < \text{double}(i);$

(Prata om hållkort etc...)

Högnivå: Python, Java, MATLAB

* MATLAB

- (+) Ett verktyg för tekniska beräkningar
- (+) Stor spridning på Chalmers och andra tekniska högskolor
- (+) Och därmed stor spridning i industrin
- (-) Inget "riktigt" programmeringsspråk
- (-) Lite open source / free software
- (-) Lite effektivt för stora problem

* HPC: High Performance Computing

- Utförs oftast med Fortran, C, C++ och (på senare år) Python
- Utförs nästan uteslutande med parallella algoritmer på parallell datorer

- Top500: www.top500.org

Just nu toppas listan av Tianhe-2

33.86 Pflops/s

3,120,000 kärnor

1,024,000 GB RAM (1024 TB)

17 MW! (2% av en reaktor på Ringhals!)

OS: Linux (95% av alla på TOP500)

* Demo av

MATLAB: exempel (i korolog demo)

Python: upprepa något av exemplet + FENICS demo

C++: upprepa något av exemplet

LaTeX: Skriv en rapport

* TIPS: Emacs, Git, BitBucket, GitHub