

Tentamen
Aritmetik och algebra 7,5hp
LGMA10, L9MA10, VT14, Laura Fainsilber
Fredag 14 mars 2014, kl.8.30-12.30

Hjälpmedel: inga hjälpmedel.

Telefonvakt: Matteo Molteni, tel.0703-088304

Förklara hur du resonerar och räknar. Poäng ges inte för bara svaren, utan för kvalitet och förklaring av lösningarna.

Du som är godkänd på minst 6 av 7 veckouppgifter behöver inte svara på den preliminära delen och behöver 15p från G-delen för att bli godkänd.

Du som är godkänd på 4 eller 5 veckouppgifter behöver minst 15p från G-delen och totalt 18p från preliminärdelen och G-delen.

Du som är godkänd på färre än 4 veckouppgifter behöver minst 15p från G-delen och totalt 20p från preliminärdelen och G-delen.

För betyget VG krävs godkänd och 22p från G-delen och VG-delen.

• **Preliminär del: (7p)**

1. Ange primtalfaktoriseringen för talet 9945 (2p)
2. Använd kvadratkomplettering för att lösa ekvationen $x^2 + 4x - 5 = 0$. (2p)
3. Förenkla följande uttryck: (2p)
 - (a) $\sqrt[3]{-54}$
 - (b) $\sqrt[12]{a} \cdot \frac{\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[3]{a}}$
4. Ange definitionsmängden för funktionen $f(x) = \frac{3}{x+|x|}$ (1p)

• **Frågor för betyget G (och VG): (20p)**

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Bladet lämnas in tillsammans med övriga lösningar. (7p)
2. Lös den diofantiska ekvationen $12x + 7y = 4$. (3p)
3. Lös ekvationen $z^6 = 1$ med komplexa tal både algebraiskt och grafiskt (med "grafiskt" menar jag att du ritat lösningarna i det komplexa planet och förklara hur man ser att just dessa punkter uppfyller ekvationen) (5p)
4. Låt

$$F(n) = 1 + \sum_{i=0}^n 2^i$$

Beräkna $F(0)$, $F(1)$, $F(2)$, $F(3)$ och gissa ett enkelt uttryck för $F(n)$. Bevisa med induktion att ditt uttryck är korrekt. (5p)

V.G. Vänd för VG-frågor!

• **Frågor för betyget VG: (10p)**

1. Formulera aritmetikens fundamentalsats och skissa på huvudpunkterna i beviset. (5p)
2.
 - Lös ekvationen $x^2 + y^2 = 0$ i $\mathbb{Z}_5$ (restklasser modulo 5).
 - Lös samma ekvation i $\mathbb{Z}_7$ (restklasser modulo 7). (5p)

Lycka till!

Laura

Anonym kod	LGMA10/L9MA10 V14 2014-03-14	sid.nummer 1	Poäng
------------	-------------------------------------	------------------------	-------

Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

1. Vilka av följande uttryck är ekvivalenta med varandra? (dra streck mellan ekvivalenta uttryck, även om de står under varandra): (3p)

$$a \vee b \bullet$$

$$\bullet a \Rightarrow b$$

$$a \Rightarrow \neg b \bullet$$

$$\bullet \neg a \Rightarrow b$$

$$\neg a \wedge \neg b \bullet$$

$$\bullet b \Rightarrow \neg a$$

$$\neg a \vee \neg b \bullet$$

$$\bullet \neg a \Rightarrow b$$

2. Faktorisera uttrycket $x^2 + 14x + 45$. Förklara hur du går tillväga. (2p)

Lösning:

Svar:

.....

3. Ge ett exempel på ett polynom som är irreducibelt i $\mathbb{Q}[X]$ men reducibelt i $\mathbb{R}[X]$. Ange polynomets nollställe. (1p)

.....

4. Ge ett exempel på polynom som är reducibelt i $\mathbb{R}[X]$ men saknar nollställe i $\mathbb{R}$. (1p)

.....