

Omtentamen
Aritmetik och algebra 7,5hp
LGMA10, L9MA10, VT14, Laura Fainsilber
Tisdag 10 juni 2014, kl.8.30-12.30

Hjälpmedel: inga hjälpmedel. Telefonvakt: John Bondestam Malmberg, tel.0703-088304

Förklara hur du resonerar och räknar. Poäng ges inte för bara svaren, utan för kvalitet och förklaring av lösningarna.

Du som är godkänd på minst 6 av 7 veckouppgifter behöver inte svara på den preliminära delen och behöver 15p från G-delen för att bli godkänd.

Du som är godkänd på 4 eller 5 veckouppgifter behöver minst 15p från G-delen och totalt 18p från preliminärdelen och G-delen.

Du som är godkänd på färre än 4 veckouppgifter behöver minst 15p från G-delen och totalt 20p från preliminärdelen och G-delen.

För betyget VG krävs godkänd och 22p från G-delen och VG-delen.

• **Preliminär del: (7p)**

1. Beräkna

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \quad (1p)$$

2. Förenkla

$$\frac{(a^4 + b^4)(a^4 - b^4)}{(a^2 - b^2)^2} \quad (2p)$$

3. Ange den inversa funktionen till $f(x) = (x-3)^3 + 2$ och dess definitionsmängd. (2p)

4. Översätt talet 1621 till det binära talsystemet. (2p)

• **Frågor för betyget G (och VG): (20p)**

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Bladet lämnas in tillsammans med övriga lösningar. (7p)

2. Illustrera och förklara De Morgans lag: $(A \cup B)^* = A^* \cap B^*$ (3p)

3. För vilka reella tal x gäller olikheten $|x^2 - 8x + 15| \leq 5$? (2p)

4. Upprätta en multiplikationstabell för alla tal modulo 9. (3p)

5. Visa att talet $\sqrt{5}$ är irrationellt. (5p)

V.G. Vänd för VG-frågor!

• **Frågor för betyget VG: (10p)**

1. Låt z vara det komplexa talet $1 + i\sqrt{3}$.
 - (a) Skriv z på polär form.
 - (b) Rita z i det komplexa talplanet och förklara hur potenser z^n kan ligga för olika naturliga tal n .
 - (c) Skriv z^{100} på både polär form och på formen $a + bi$ där a och b är explicit angivna (innehåller inte några trigonometriska funktioner).

2. Kom ihåg sambandet mellan rötter och koefficienter för kvadratiske ekvationer: För ett polynom $x^2 + px + q$ med nollställe α_1 och α_2 gäller att $p = -(\alpha_1 + \alpha_2)$ och $q = \alpha_1 \cdot \alpha_2$. Du skall titta på motsvarande samband för polynom av högre grad. (5p)
 - (a) Skriv upp de fullständiga sambanden mellan rötterna och koefficienterna för fjärdegradspolynomet $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$.
 - (b) Vad kan du skriva för samband för polynom av grad n ?

Lycka till!

Laura

Anonym kod	Omtenta LGMA10/L9MA10 V14 2014-06-10	sid.nummer 1
------------	---	------------------------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

- (a) Ange definitionsmängden och förenkla uttrycket för funktionen (3p)

$$f(a) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + a^3}}$$

Lösning:

Svar:

.....

- (b) Ange kvot och rest för polynomdivisionen av $P(x) = x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x + 4$ med $Q(x) = x^2 + 1$ (2p)

Lösning:

Svar:

.....

- (c) Ge ett exempel på ett polynom som är reducibelt i $\mathbb{R}[X]$ men saknar nollställe i $\mathbb{R}$. Förklara varför polynomet uppfyller villkoren. (2p)

.....