

Omtentamen
Aritmetik och algebra 7,5hp
LGMA10, L9MA10, VT14, Laura Fainsilber
Fredag 22 augusti i 2014, kl.8.30-12.30

Hjälpmedel: inga hjälpmedel.

Telefonvakt: Jakob Hultgren, tel.0703-088304

Förklara hur du resonerar och räknar. Poäng ges inte för bara svaren, utan för kvalitet och förklaring av lösningarna.

Du som är godkänd på minst 6 av 7 veckouppgifter vårterminen 14 behöver inte svara på den preliminära delen och behöver 15p från G-delen för att bli godkänd.

Du som är godkänd på 4 eller 5 veckouppgifter vårterminen 14 behöver minst 15p från G-delen och totalt 18p från preliminärdelen och G-delen.

Du som är godkänd på färre än 4 veckouppgifter vårterminen 14 behöver minst 15p från G-delen och totalt 20p från preliminärdelen och G-delen.

För betyget VG krävs godkänd och 22p från G-delen och VG-delen.

• **Preliminär del:** (8p)

1. Skriv summan $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 1024$ med hjälp av summatecknet. (2p)
2. Uppdela $3a^3 + 81b^3$ i en produkt av tre faktorer. (2p)
3. Bilda funktionerna $f \circ g$ och $g \circ f$ där $f(x) = x^2 + 1$ och $g(x) = \frac{1}{x^2+1}$ (2p)
4. Skriv $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$ med heltalsnämnare. (2p)

• **Frågor för betyget G (och VG):** (20p)

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Bladet lämnas in tillsammans med övriga lösningar. (6p)
2. Formulera den kommutativa lagen för multiplikation och illustrera den grafiskt. (2p)
3. Beräkna $d = \text{SGD}(165, 102)$ och två heltal u och v sådana att $d = 165u + 102v$. (3p)
4. Skissa grafer för följande funktioner: (3p)
 - (a) $f(x) = |x^2 - 2x - 2|$
 - (b) $g(x) = |x^2 - 2x + 1|$
 - (c) $h(x) = |-x^2 - 2x + 1|$
5. (a) Bevisa med induktion att $\sum_{k=0}^{n-1} x^k = \frac{1-x^n}{1-x}$ för heltal $n > 0$. (5p)
(b) Känner du till ett annat bevis för samma påstående? (1p)

V.G. Vänd för VG-frågor!

• **Frågor för betyget VG: (10p)**

1. Man kallar för primtalstvillingar par av formen $(p, p + 2)$ där båda talen är primtal, t.ex. $(3, 5)$, $(17, 19)$, $(29, 31)$, $(101, 103)$. Det finns många primtalstvillingar och en känd men hittills obevisad förmodan påstår att det finns oändligt många.

Hur är det med primtalstrippler, dvs trippler av formen $(p, p + 2, p + 4)$ där alla tre talen är primtal? Trippeln $(3, 5, 7)$ är en sådan. Kan du hitta fler eller argumentera för att $(3, 5, 7)$ är den enda? (5p)

2. Kom ihåg sambandet mellan rötter och koefficienter för kvadratiske ekvationer: För ett polynom $x^2 + px + q$ med nollställe α_1 och α_2 gäller att $p = -(\alpha_1 + \alpha_2)$ och $q = \alpha_1 \cdot \alpha_2$. Du skall titta på motsvarande samband för polynom av högre grad. (5p)

(a) Skriv upp de fullständiga sambanden mellan rötterna och koefficienterna för fjärdegradspolynomet $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$.

(b) Vad kan du skriva för samband för polynom av grad n ?

Lycka till!

Laura

Anonym kod	Omtenta LGMA10/L9MA10 V14 2014-06-10	sid.nummer 1
------------	---	------------------------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

- (a) För vilka värden av x är följande uttrycket negativt

$$\frac{x^2 + 6x + 10}{x^2 - 1}$$

(2p)

Lösning:

Svar:

.....

- (b) Skriv talet $\frac{4}{13}$ på decimalform. (2p)

Lösning:

Svar:

.....

- (c) Lös ekvationen $z^3 - z^2 + 3z + 5 = 0$ genom att först gissa en rot. (2p)

Lösning:

Svar:

.....