Tentamen i LMA210 Statistik för lärare

Onsdag 13 januari 2010 kl 8.30-13.30, sal V.
Examinator: Magnus Röding.
Jour: Magnus Röding, tel nr 0733-932195 alt. 031-7723556.
Hjälpmedel: Formelsamling och fördelningstabeller som delas ut tillsammans med tentamenstesen, valfri miniräknare samt ett A4-ark med egna handskrivna anteckningar (får vara dubbelsidigt).
Gränser: Maximal poäng är 30. För godkänd krävs 12 poäng och för väl godkänd 21 poäng. Eventuella bonuspoäng från duggan i sannolikhetsteori den 3/11 2009 adderas till tentamensresultatet.
Observera att lösningar och motiveringar ska redovisas till varje uppgift, att denna tentamenstes är flersidig, samt att uppgifter inte är ordnade efter svårighetsgrad.
Tentamen är rättad senast efter 3 veckor.

---

1. X och Y är två diskreta stokastiska variabler. X kan anta värdena 0 eller 1 med sannolikheterna 1/2 vardera. Om X är 0 så antar Y värdena 0 eller 1 med sannolikheterna 1/2 vardera. Om X är 1 så antar Y värdena 1 eller 2 med sannolikheterna 1/2 vardera.
   (a) Bestäm $P(Y = 1)$. (1p)
   (b) Bestäm $P(XY \leq 1)$. (1p)

2. Joniserande strålning, till exempel röntgenstrålning, har visats kunna ge mutationer i DNA hos bananflugor. Antalet mutationer har också kunnat visas vara Poissonfördelade. Anta att en bananfluga utsätts för röntgenstrålning i en sådan dos att sannolikheten att den helt slipper undan mutationer är 0.5. Hur stor är sannolikheten att den får två eller fler mutationer? Om du vill använda en tabell för Poissonfördelningen är det ok att avrunda intensiteten i den grad det behövs. (3p)

3. Tre symmetriska (rättvisa) och sinsemellan oberoende tärningar kastas och ger vardera en siffra mellan 1 och 6. Bestäm sannolikheten för att vi får
   (a) tre olika siffror. (1p)
   (b) tre lika siffror. (1p)
   (c) exakt två lika siffror (den tredje inte densamma). (1p)

4. Låt X vara en kontinuerlig stokastisk variabel, likformigt fördelad i intervallet $[0, 1]$. Definiera den stokastiska variabeln Y genom
$$Y = \Phi^{-1}(X), \tag{1}$$
   där Φ är fördelningsfunktionen för standardnormalfördelningen N(0,1) och Φ^{-1} är dess invers. Bestäm Y:s fördelning genom att bestämma dess fördelningsfunktion. (4p)

5. Ur en grupp om 10000 studenter frågades 100 slumpvis utvalda om huruvida de laddar ner upphovsrättsskyddat material. 55 svarade ja och resten nej. Ger denna undersökning något fog för att påstå att en majoritet av studenterna gör detta? Du får anta att populationen är oändligt stor i beräkningarna. (4p)

6. Vi vill mäta resistansen hos ett elektriskt motstånd som påstås ha resistansen 40 ohm. Vi gör upprepade mätningar och får resultaten 39.6, 38.3, 40.1, 40.3 och 38.9 ohm. Det är rimligt att anta att är observationerna är normalfördelade. Ange ett 99 % konfidensintervall för väntevärdet av dessa observationer. (4p)

7. (a) Låt A och B vara händelser i något utfallsrum Ω. Visa, med Venndiagram eller på annat lämpligt sätt, att Booles olikhet $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$ gäller. (2p)

   (b) Variansen för en stokastisk variabel X, $V(X)$, skrivs ofta $E[(X-\mu)^2]$ där $\mu = E[X]$. Visa att den också kan skrivas $E[X^2] - E[X]^2$. (2p)

   (c) Visa att $P(A|A \cup B) = P(A)/(P(A) + P(B))$ om A och B är oförenliga händelser. (2p)

8. Anta att 1 % av alla elitidrottare är dopade. Vi väljer ut en av dem slumpmässigt och vill kontrollera om personen är dopad. Vi har ett test som med 99 % sannolikhet ger rätt svar, vare sig personen är dopad eller inte. Anta att testet ger positivt utslag, det vill säga enligt testet är personen dopad. Hur stor är då sannolikheten att personen faktiskt är dopad? (4p)

Lycka till!