1.4 2^{-5}

2.1 $4\binom{52}{13}\binom{39}{13}\binom{26}{13}\binom{13}{13}$

2.2 $8 \cdot 7! \cdot 3!$

2.3
a. $\binom{8}{5} + \binom{8}{4}\binom{2}{1}$
b. $\binom{8}{5} + \binom{8}{3}$

2.6
a. $4 \cdot 4! \cdot 4! \cdot 4!$
b. $\frac{1}{4 \cdot 4! \cdot 4! \cdot 4!}$
c. $\binom{2}{1}\binom{7}{4}\binom{7}{4}\binom{4}{2}$

d. $\frac{\binom{2}{1}\binom{7}{4}\binom{7}{4}\binom{4}{2}}{\binom{20}{11}}$

3.10 0.3383

4.1 $\frac{N+1}{2}$

4.2 13/3

4.3 λ

4.5
a. 0.81
b. 1071

5.1 $\hat{a} = \mathbb{E}[X]$

5.2 54

5.3 σ^2

5.4
a. $\sigma_x + \sigma_y$
b. $\sigma_x + \sigma_y$
c. $4\sigma_x + \frac{\sigma_y}{16}$

5.5
a. μ
b. σ^2
c. 0

6.4
a. e^{-3}
b. 0.4232
c. 0.00054

6.5 0.9678

6.6
a. 4
b. 0.25
c. 0.5781
d. 0.0273

6.7 $(n_1 + n_2)p$

7.3 Låt X = längden på den korta delen. Då är $X \sim$ likf$(0, L/2)$, ty den korta delen kan aldrig vara längre än halva totallängden. Kvoten är $\frac{X}{L-X}$, och

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}\{\frac{X}{L-X} < \frac{1}{4}\} &= \mathbb{P}\{X < \frac{L-X}{4}\} = \mathbb{P}\{4X < L - X\} = \mathbb{P}\{5X < L\} \\
&= \mathbb{P}\{X < L/5\} = \int_0^{L/5} f_X(x)dx = \int_0^{L/5} \frac{1}{L/2}dx \\
&= \frac{2}{L}\int_0^{L/5} dx = \frac{2}{L}x\Big|_{x=0}^{L/5} = \frac{2}{5}.
\end{aligned}$$

7.4 Först observerar vi att

$$X \sim \text{likf}(0,1) \Longrightarrow f_X(x) = 1.$$

Om X är en stokastisk variabel med täthetsfunktion $f_X(x)$, så gäller för varje reellvärd funktion $g(x)$ att

$$\mathbb{E}[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f_X(x)dx = \{\text{i vårt fall}\} = \int_0^1 g(x)dx.$$

Alltså, för $g(x) = x^n$ får vi

$$\mathbb{E}[X^n] = \int_0^1 x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\Big|_{x=0}^{1} = \frac{1}{n+1}$$

Enligt definition av väntevärde är

$$\mathbb{E}[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)dx.$$

Vi måste alltså först veta tätheten för X^n. Vi vet att tätheten är derivatan av fördelningsfunktione, så vi beräkna denna först. D.v.s.

$$F_{X^n}(x) = \mathbb{P}\{X^n \leq x\} = \mathbb{P}\{X \leq \sqrt[n]{x}\} = \int_0^{\sqrt[n]{x}} dt = \sqrt[n]{x},$$

vilket medför att

$$f_{X^n}(x) = \frac{d}{dx} F_{X^n}(x) = \frac{x^{\frac{1}{n}-1}}{n}.$$

Använder vi detta får vi

$$\mathbb{E}[X^n] = \int_0^1 x \frac{x^{\frac{1}{n}-1}}{n} dx = \int_0^1 \frac{x^{\frac{1}{n}}}{n} dx = \frac{1}{n} \left(\frac{x^{\frac{1}{n}+1}}{\frac{1}{n}+1} \right) \Big|_{x=0}^1 = \frac{1}{n\left(\frac{1}{n}+1\right)} = \frac{1}{1+n}.$$

7.8
a. 0.5
b. 0.6342
c. 0.5
d. 0.9772

8.2
a. 0.9
b. 0.95

8.3 0.95

8.4 0.95

8.5 $a = \mu - 1.96\sigma$ samt $b = \mu + 1.96\sigma$

8.6 0.95