LMA210

Statistik för lärare, ht 2007, 7.5 hp

Tentamen 27 augusti 2008, kl 8:30–13:30 i V-huset

Tillåtna hjälpmedel är räknedosa utan lagrad information om kursen, formelsamling och bifogade tabellblad. (Formelsamling och tabellblad bifogas denna tes. Obs att tabellbladen skall återlämnas till tentamensvakt för vidarebefordran till institutionen.)

Examinator är Tommy Norberg, ankn 3528 eller 0730 79 42 09.

Assistent är Anna Rudvik, ankn 3556.

Anna (eller Tommy) går att nå per telefon under tentamen.

Maximalt antal tentamenspoäng är 30, av dessa krävs normalt 12 för godkänt betyg och 21 för väl godkänt Lösningar till tentamensproblemen går att ladda ner från kurshemsidan. Rättningsprotokoll anslås ej. Rättningen kan granskas och ev överklagas på matematikexpeditionen.

Svar och lösningar skall motiveras om ej annat sägs i uppgiften. Omotiverade svar betraktas som gissningar och ger sällan poäng.

Uppgifter

1. En urna innehåller 5 gröna, 3 svarta och 2 röda kulor. Man drar slumpmässigt 3 kulor utan återläggning. Låt X och Y vara antalet gröna resp svarta kulor i urvalet.

   (a) Ange genom att resonera kombinatoriskt sannolikhetsfunktionen $p_X(k)$ för X. (Denna deluppgift behöver ej motiveras.) (1 p)

   (b) Hur stor är $E(X)$ och $V(X)$? (Inte heller denna deluppgift behöver motiveras.) (1 p)

   (c) Skriv upp den betingade sannolikhetsfunktionen för X, givet att $Y = 1$. (Här krävs en motivering, som får lov att vara rent kombinatorisk, men inte behöver vara det.) (1 p)

   (d) Är X och Y oberoende? (Även detta svar ska motiveras.) (1 p)

2. I långväga digitala dataöverföringar (t.ex från en satellit som just landat på mars) är risken för överföringsfel relativt hög och man behöver vidta åtgärder för att hantera detta. Vi ska här studera överföringen av en bit (en bit är den minsta informationsenheten och är antingen en nolla eller en etta). Antag i en specifik applikation att felrisken är ca 2.5%. Antag även att man sänder ungefär 60% ettor och 40% nollor. Givet att en etta tagits emot, hur stor är sannolikheten att det var en etta som sändes? (4 p)

3. Emil kastar pil. Antag att sannolikheten att han träffar mitt i prick (d.v.s 10:an) är 1 på 15. Antag även att händelsen att han träffar 10:an i varje nytt kast är oberoende av vad som hänt i tidigare kast. Emil bestämmer sig för att kasta tills han träffar 10:an. Låt den stokastiska variabeln X beteckna antalet kast han kommer att göra.

   (a) Vilken är X:s massfunktion? (1 p)

   (b) Vad kallas X:s fördelning? (1 p)

   (c) Vilket väntevärde har X? (1 p)

   Svaren på dessa tre frågor behöver ej motiveras.

4. Redogör för hur man m.h.a ett slumptal u kan simulera ett tärningskast. Förutsätt därvid att tärningen är symmetrisk. (3 p)

5. I en partisympatiundersökning tillfrågades 1296 potentiella väljare. Av dessa föredrog 324 st partiet A och man drog slutsatsen att A skulle få ca 25% av rösterna i det kommande valet. Sedan tillfrågades du, som nyss läst delkursen i matematisk statistik i LMA210-blocket, hur säker denna slutsats är. Bestäm därför ett nedåt begränsat konfidensintervall för A:s väljarandel med ca 95% konfidensgrad. Jag har med avsikt

VÅND

underlåtit att nämna ett viktigt krav på undersökningen som måste vara uppfyllt. Annars kan man varken hävda att ca 25% av väljarna kommer att rösta på A eller beräkna konfidensgränser. Vilket är detta krav? (2+2 p)

6. Teknologen Gösta har just läst grundkursen i matematisk statistik och vikarierar som matematiklärare. Tema för en lektion är slumpen. Gösta tar fram en femkrona, säger till eleverna att han tänker singla den 100 gånger. Han säger till sina elever att han är väldigt säker på att sidan med kronan kommer att landa uppåt minst 40 och mest 60 gånger. Ungefär hur säker är han? (4 p)

7. Låt $X_1, \ldots, X_n$ vara oberoende och likafördelade med väntevärde μ och standardavvikelse σ. Låt, som brukligt, $\bar{X}$ beteckna medelvärdet av $X_1, \ldots, X_n$. Visa att $E[\bar{X}] = \mu$ och att $\mathrm{Var}[\bar{X}] = \sigma^2/n$. (4 p)

8. Mätfel är p.g.a centrala gränsvärdessatsen ofta normalfördelade. Detta gäller speciellt vid mätning av spänning i elektriska kretsar. Vid resistansbestämning skickar man en väldefinierad ström genom ett motstånd och mäter spänningen över detta. Efter division med strömstyrkan erhålles resistansen i Ohm. Vid mätning av precisionsmotstånd användes mycket känsliga voltmetrar och man gör flera bestämningar i syfte att reducera felet. I en speciell tillämpning erhölls 2.34, 2.63, 2.38, 2.47 och 2.41 Ohm i 5 mätningar. Punkt- och intervallskatta med 95% konfidens det mätta motståndets resistans. Räknehjälp för den som önskar: $\sum x = 12.23$, $\sum x^2 = 29.9659$. (4 p)