

LMA100

Tentamensskrivning i Aritmetik och algebra, del B

1. Lös ekvationen $(1 + 3i)z^2 - 20z + 1 - 17i = 0$. (4p)
2. Låt z_1 och z_2 vara punkterna på enhetscirkeln med argument $\pi/6$ respektive $\pi/2$. Beräkna beloppet och argumentet för summan $z_1 + z_2$. Om z_1 och z_2 är punkterna på enhetscirkeln med argument θ respektive φ , vad är då beloppet och argumentet för summan $z_1 + z_2$? (5p)
3. Visa att polynomet $p(X) = X^4 - 4X^3 + 8X^2 - 12X + 15$ har nollstället $X = 2 - i$ och bestäm polynomets samtliga nollställen. (5p)
4. (a) Skriv upp de 11 egenskaper som addition och multiplikation på en mängd K måste uppfylla för att K skall vara en kropp.
(b) Motivera noga att mängden av alla tal $a + b\sqrt{3}$, där a och b är rationella tal, är en kropp. (5p)
5. (a) Visa att intervallet $[0, 1]$ kan delas upp i två disjunkta delmängder som båda är överuppräknliga.
(b) Visa att intervallet $[0, 1]$ för varje heltal $n > 2$ kan delas upp i n disjunkta delmängder som alla är överuppräknliga.
(c) Visa att intervallet $[0, 1]$ kan delas upp i uppräknligt många disjunkta delmängder som alla är överuppräknliga.

Ledning. Minns att varje intervall är likmäktigt med $\mathbb{R}$ och alltså är överuppräknligt. (5p)

För godkänt krävs 12 poäng (inkl bonus), för väl godkänt 18 poäng (exkl bonus).

Tentan beräknas vara färdiggrättad måndagen den 16 september kl 12.30, varefter resultat kan fås på tel. 772 5388.