

1. Låt x, y beteckna heltal. Är utsagan

$$\forall x, y \ (3 \mid (x + y) \wedge 3 \mid (x - y) \Rightarrow 3 \mid x \wedge 3 \mid y)$$

sann eller falsk? Formulera negationen till denna utsaga så att negationssymbolen “ $\neg$ ” inte förekommer i svaret. Vilka logiska sanningar (tautologier) använder Du?

2. Låt A, B, C beteckna tre mängder. Rita Venn-diagram som motsvarar likheten

$$(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C).$$

Bevisa därefter att denna likhet gäller för godtyckliga mängder A, B, C .

3. (a) Definiera största gemensamma delaren och minsta gemensamma multipeln till två heltal och exemplifiera definitionerna.
(b) Bestäm alla gemensamma delare till talen $a = 40$ och $b = 108$.
4. (a) Ge exempel på en heltalig lösning till den Diofantiska ekvationen $xy + x + y = 23$.
(b) Bestäm alla heltaliga lösningar till ekvationen i (a).
5. Låt $a_1, a_2, \dots$ vara en följd av tal sådan att $a_1 = 3$ och $a_{n+1} = a_n + 2n + 3$ då $n = 1, 2, \dots$. Beräkna a_2, a_3, a_4 . Bevisa med matematisk induktion att $a_n = n(n + 2)$ då $n = 1, 2, \dots$.
6. (a) Motivera att $323 = 17 \cdot 19$ är en delare till talet $1000^{288} - 1$ ($288 = 16 \cdot 18$).
(b) Formulera och bevisa Fermats lilla sats.
7. Låt x vara ett godtyckligt reellt tal. Bevisa olikheten:

$$\left(\frac{x^2 + 1}{2} \right)^2 \leq \frac{x^4 + 1}{2}$$

När gäller likhet?

Varje uppgift ger maximalt 3p. För godkänd skrivning krävs minst 10p. För väl godkänd krävs minst 20p.

Skrivningarna kan hämtas på mottagningsrummet varje vardag mellan 12.30 och 13.00 från och med den 27 augusti. Upplysningar om tentamensresultaten lämnas också per telefon fr o m den 27 augusti: tel. 772 5388.