

1. Låt n, a, b beteckna naturliga tal. Vilken egenskap hos n definierar utsagan:

$$\forall a, b \in \mathbb{N} : (n > 1 \wedge n = ab \Rightarrow a = 1 \vee b = 1)?$$

Skriv negationen till denna utsaga så att negationssymbolen inte förekommer i svaret.

2. (a) Ge exempel på tre icke-tomma och ändliga mängder A, B, C sådana att $[(A \cap B) \cup C] \setminus A = (A \cap B) \setminus C$ gäller.
(b) Ge exempel på tre icke-tomma och ändliga mängder A, B, C sådana att $[(A \cap B) \cup C] \setminus A = (A \cap B) \setminus C$ inte gäller.

3. (a) Bevisa att det finns oändligt många primtal.

(b) Låt $p > 3$ vara ett primtal. Bevisa att minst ett av talen $p + 2$ eller $p + 4$ inte är ett primtal.

(c) Ge ett exempel på ett primtal p sådant att både $p + 4$ och $p + 8$ är primtal. Finns det några andra exempel?

4. Bestäm alla möjliga rationella tal $\frac{x}{5}$ och $\frac{y}{7}$ (x, y heltal) sådana att

$$\frac{x}{5} - \frac{y}{7} = \frac{1}{35}.$$

5. (a) Bevisa med hjälp av restaritmetiker att 7 är en delare till $5^n + 9^n$ då $n = 1, 3, 5, \dots$ (udda exponenter).

(b) Bevisa samma påstående med hjälp av matematisk induktion.

6. Bevisa med hjälp av matematisk induktion likheten

$$1 \cdot 5 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 11 + \dots + n(3n + 2) = \frac{n(n + 1)(2n + 3)}{2}$$

då $n = 1, 2, 3, \dots$

7. Låt a, b, c, d vara positiva reella tal. Bevisa olikheten:

$$\sqrt{(a + c)(b + d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}.$$

När gäller likheten?

Varje uppgift ger maximalt 3p. För godkänd skrivning krävs minst 10p. För väl godkänd krävs minst 18p.

Skrivningarna kan hämtas på mottagningsrummet varje vardag mellan 12.30 och 13.00 från och med den 5 april. Upplysningar om tentamensresultaten lämnas också per telefon fr o m den 5 april: tel. 772 3509 efter kl. 14.00.