

INLÄMNINGSUPPGIFTER 3

Dessa inlämningsuppgifter är en del av examinationen. Om du totalt får 75% av antalet poäng på uppgifterna under kursens gång så får du 2 bonuspoäng på skrivningen (som är på 24 poäng). Detta gäller t o m 030831. Bonuspoäng kan inte tillgodoräknas för betyget VG. Varje uppgift är värd 2 poäng.

Du får gärna diskutera lösningarna med andra, men din skriftliga redovisning skall vara självständig. Försök ge utförliga motiveringar och presentera lösningarna klart och tydligt.

Lämna in lösningarna senast onsdagen den 12 mars.

1. (a) Låt $p > 3$ vara ett primtal. Visa att minst ett av talen $p + 2$ och $p + 4$ inte är ett primtal.
(b) Ge ett exempel på ett primtal p så att både $p + 6$ och $p + 12$ är primtal. Finns det fler sådana exempel?

2. Bevisa med hjälp av matematisk induktion att

$$1 \cdot 5 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 11 + \cdots + n(3n + 2) = \frac{n(n + 1)(2n + 3)}{2}$$

för $n = 1, 2, 3, \dots$

3. Låt a, b, c, d vara reella tal. Visa olikheten

$$(ac + bd)^2 \leq (a^2 + b^2)(c^2 + d^2).$$

När gäller likhet?