MATEMATIK
Göteborgs universitet
TW

10 juni 2002, kl 8.45 – 13.45
Hjälpmedel: miniräknare
Telefon: Anders Öhgren, 0740-350646

LMA100. Tentamensskrivning i Diskret matematik

1. Ur en församling på 4 danskar, 6 norrmän och 9 svenskar skall väljas en kommitté på 5 personer så att alla 3 nationerna är representerade. På hur många sätt kan det göras? (4p)

2. Åtta personer, A, B, C, D, E, F, G och H, skall placeras runt ett kvadratiskt bord med plats för två personer vid varje sida.

   (a) Hur många placeringar är möjliga om det inte spelar någon roll vid vilken sida av bordet man sitter men däremot huruvida man har höger- eller vänsterplatsen vid en sida?

   (b) Hur många om dessutom A och B inte skall sitta intill varandra? (3p)

3. (a) Visa att

$$\binom{m+n}{k} = \binom{m}{0}\binom{n}{k}+\binom{m}{1}\binom{n}{k-1}+\binom{m}{2}\binom{n}{k-2}+\ldots+\binom{m}{k-1}\binom{n}{1}+\binom{m}{k}\binom{n}{0}$$

   för $0 \le k \le m, n$.
   (I själva verket gäller likheten även annars, bara man sätter $\binom{r}{s} = 0$ för $r < s$.)

   (b) Visa, t.ex. med hjälp av detta, att

$$\binom{2n}{n} = \binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \binom{n}{2}^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}^2 + \binom{n}{n}^2$$

   (Även om du inte visar (a), kan du visa (b) från (a).) (4p)

4. Lös differensekvationen $4x_{n+2} = 4x_{n+1} - x_n,\ n \ge 0;\ x_0 = 0,\ x_1 = 1.$
   Vad händer med x_n då $n \to \infty$? (3p)

5. (a) Definiera Fibonacciföljden (F_n).

   (b) Använd Fibonacciföljdens definierande relation för att visa att (för $n \ge 5$)

$$\begin{aligned} F_n &= 2F_{n-2} + F_{n-3} \\ &= 3F_{n-3} + 2F_{n-4} \\ &= 5F_{n-4} + 3F_{n-5} \end{aligned}$$

   (c) Visa allmänt $F_n = F_{k+1}F_{n-k} + F_kF_{n-k-1}$ för $0 \le k \le n-1$. (4p)

V. G. VÄND

6. (a) Hur många fel rättar den binära koden med de 4 kodorden 000000000, 111111000, 000111111, 111000111?

   (b) Om man i stället använder koden för felupptäckande, hur många fel upptäcker den koden? (3p)

7. Betrakta koden med matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   Varje kodord består av tre kontrollbitar följt av fyra informationsbitar.

   (a) Bestäm kodordet om informationsbitarna är 0111.

   (b) Om följande ord mottages, vilka kodord avsändes (troligen)?

      i. 0100101

      ii. 1110111

   (c) Om kodordet 1011010 avsändes och det uppstår fel i bit 3 och 4, hur tolkar mottagaren det mottagna ordet? (4p)

Tentan beräknas vara färdigrättad måndagen den 24 juni kl 12.30, varefter resultat kan fås på tel. 772 3593.