MATEMATIK
Göteborgs universitet
TW

19 augusti 2002, kl 8.45 – 13.45
Hjälpmedel: miniräknare
Telefon: Yan Yubin, 0740-350646

LMA100. Tentamensskrivning i Diskret matematik

1. Åtta gifta par skall bilda en ring för att dansa runt midsommarstången. Hur många ringar finns det under vart och ett av följande villkor?

   (a) Inget extra villkor.

   (b) Det finns två män som vägrar hålla varandras hand.

   (c) Ingen man håller någon man i handen.

   (d) Varje man håller sin hustru i sin högra hand. (4p)

2. Givet är de 8 bokstäverna i ordet PASSAREN. Hur många olika ”ord” (= bokstavspermutationer) kan man bilda av dem med

   (a) 8 bokstäver?

   (b) 5 bokstäver? (3p)

3. Visa att $\binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1}$ är lika med

   (a) $\dfrac{1}{n+1}\binom{2n}{n}$

   (b) $\dfrac{1}{n}\binom{2n}{n-1}$

   Anm. (a) visar att den mittersta binomialkoefficienten $\binom{2n}{n}$ alltid är delbar med $n+1$; kvoten kallas det n:te **Catalantalet** och har många kombinatoriska tolkningar. (3p)

4. Den 2 januari ett visst år öppnas ett sparkonto med en insättning av 10000 kr mot räntan 3%. Varje kommande 2 januari, när årsräntan införs på kontot, tar man ut 500 kr. Hur många år kan man fortsätta på det sättet? (4p)

5. (a) Definiera Fibonacciföljden (F_n).

   (b) Visa att (F_n) uppfyller likheten
   $F_1 + F_3 + F_5 + \ldots + F_{2n-1} = F_{2n}$

   (c) Visa att (F_n) uppfyller likheten
   $F_2 + F_4 + F_6 \ldots + F_{2n} = F_{2n+1} - 1$ (4p)

V. G. VÄND

6. Förklara begreppen *minimiavstånd* och *minimivikt* för en binär kod och varför de sammanfaller om koden är *linjär* (förklara också begreppet linjär kod). (3p)

7. Betrakta koden med matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

   Varje kodord består av tre kontrollbitar följt av tre informationsbitar.

   (a) Hur många kodord finns det?

   (b) Hur många ord med avstånd exakt 1 till något kodord finns det?

   (c) Finns det några binära ord av längd 6 som har avstånd större än 1 till varje kodord? (4p)

Tentan beräknas vara färdigrättad tisdagen den 27 augusti, varefter resultat kan fås på tel. 772 5388.