VT03
LMA100: Diskret Matematik
Göteborgs universitet
SK

Läsanvisningar till 5 februari

Dessa anvisningar hänför sig till kursboken av Barnett.

3.2 Ger den viktiga *binomialsatsen* med bevis och sättet att organisera binomialkoefficienterna i *Pascals triangel* samt några av dennas egenskaper. Bevisa (3.21) kombinatoriskt.

Rekommenderade uppgifter till 5 februari

Uppgifter ur Barnett:

Avsnitt	**Uppgift**
3.2.1	3.52 (a); 3.53 (b,c); 3.54; 3.55; 3.57 (svaret rätt om vi har 4 olika vokaler och 7 olika konsonanter, men det har vi inte! Man kan anse att vi har 3 vokaler och 5 kononanter, och då blir svaret i stället 23750. Om man, vilket är rimligt, i stället tolkar uppgiften så att man endast får använda de givna bokstäverna - 2 ex. av M, A och T och 1 ex. av H, E, I, C och S - så blir det svårare)
3.2.2	3.65

Ytterligare övningar som är repetition av lektion 2:

1. Som vi redan vet, antalet permutationer $P(n,k)$ och kombinationer $C(n,k)$ av k objekt valda bland n objekt definieras *kombinatoriskt*. Därefter resonerar man sig fram till beräkningsmetoder, *formler* där fakultet rörekommer. Bevisa de grundläggande formlerna (1)-(5) s. 116 i Vretblad både kombinatoriskt ("med ord") och algebraiskt ("med formler"). Motsvarande formler i Barnet är övn. 3.58 s. 145, kommentaren efter (3.9) s. 135, (3.10) s. 136, (3.11) s. 137 och övn. 3.54 s. 145. En av dessa uppgifter skulle kunna komma på tentamensskrivningen.

2. (a) Hur många "ord" med 7 (svenska) bokstäver finns det? (b) Hur många där alla bokstäver är olika?

3. Hur många 6-bokstaviga "ord" kan man bilda ur ordet
(a) FASTER
(b) RASTER
(c) RASTAR
(d,e,f) Hur många 5-bokstaviga ur respektive?
(g,h,i) Hur många 4-bokstaviga ur respektive?

4. Om alla 6-bokstaviga "ord" som kan bildas ur ordet ANKFOT ordnas i bokstavsordning, vilket ord kommer

(a) först
(b) sist
(c) på plats 10?

Lösningar till uppgifterna 2–4:
Innan du tittar på lösningarna, försök att lösa dem själv!

2. Vi förutsätter det svenska alfabetet med 28 bokstäver.
(a) $28^7 = 13492928512$;
(b) $P(28,7) = 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 = 5967561600$.

3.
(a) $6! = 720$.
(b) $6!/2! = 360$.
(c) $6!/(2!2!) = 180$.
(d) $P(6,5) = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 720$.
(e) Med 1 R: $5! = 120$; Med 2 R: $\binom{4}{3}5!/2! = 240$; Totalt alltså 360.
(f) Med 1 R och 2 A: $5!/2! = 60$; Med 2 R och 1 A: $5!/2! = 60$;
Med 2 R och 2 A: $\binom{2}{1}5!/(2!2!) = 60$ eller $\binom{5}{2}\binom{3}{2}\binom{2}{1} = 60$;
Totalt alltså 180.

Nu kan det sägas: (d)-(f) ger samma resultat som (a)-(c) eftersom de 5-bokstaviga orden kan betraktas som uppståndna ur 6-bokstaviga genom att stryka den sista bokstaven; olika 6-bokstaviga ord ger olika 5-bokstaviga eftersom den sjätte bokstaven är entydigt bestämd av de 5 första bokstäverna när man bara har 6 bokstäver att välja på.

Mera intressant är g), h), i) 4-bokstaviga ord!

(a) $P(6,4) = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$.
(b) Med 1 R: $P(5,4) = 120$; Med 2 R: $\binom{4}{2}4!/2! = 72$; Totalt alltså 192.
(c) Med 1 R, 1 A: $4! = 24$; Med 2 R, ≤ 1 A: $\binom{3}{2}4!/2! = 36$;
Med ≤ 1 R, 2 A: likaledes 36; Med 2 R, 2 A: $4!/(2!2!) = 6$;
Totalt alltså 102.

4. a) AFKNOT b) TONKFA c) AFNOTK