

LMA100. Några förslag till svar

Övning 2

- A.1. (a) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, (b) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, (c) $\{\pm\sqrt{2}\}$, (d) $\{-1, 5\}$, (e) $[-3, 5]$, (f) $\{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, (g) $\emptyset$, (h) $\{3\}$.
- A.2. Alla mängder är olika. Mängden (g) är en delmängd till alla andra. Mängden (a) innehåller (b), (g) och (h). Mängden (b) innehåller (g) och (h). Mängden (f) innehåller (h). Mängden (c) ligger i (e).
- B.1. (a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A \cap B = \emptyset$, $A \setminus B = \emptyset$, $B \setminus A = \emptyset$.
(b) $A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A \cap B = \{0, 1, 2\}$, $A \setminus B = \{-2, -1\}$, $B \setminus A = \emptyset$.
(c) $A \cup B = B$, $A \cap B = A$, $A \setminus B = \emptyset$, $B \setminus A = B \setminus \{0\}$ (svaret kan formuleras på olika sätt).
(d) $A \cup B = B$, $A \cap B = A$, $A \setminus B = \emptyset$, $B \setminus A =$ alla likbenta trianglar som inte är liksidiga.
(e) $A \cup B =$ mängden av alla fyrhörningar som är romber eller rektanglar, $A \cap B =$ alla kvadrater, $A \setminus B =$ alla romber som inte är kvadrater, $B \setminus A =$ alla rektanglar som inte är kvadrater.
- C.3. $\forall x (x \in A \Leftrightarrow x \in B)$
- D.2. Rita tre mängder i "allmän position", dvs med alla snitt och alla differenser icke-tomma (rita Venndiagram i detta fall). Då gäller inte relationerna. (a) gäller då $B \subseteq A \cup C$, (b) gäller då $A \cap B = \emptyset$, (c) gäller då $B \subseteq A \cup C$.

Övning 3

- A.1. $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \pm 24$.
- B.1. Se definition i texten.
- C.2. 2,3,5,101,103 är primtal.
- C.3. t.ex. Eratosthenes såll eller C.4.
- C.5.a) $2704 = 2^4 \cdot 13^2$ b) $392688 = 2^4 \cdot 3^5 \cdot 101$ c) $749088 = 2^5 \cdot 3^4 \cdot 17^2$
- D.2.a) $SGD(102, 165) = 3$, t.ex. $x_0 = -21$ och $y_0 = 13$
D.2.b) $SGD(624, 570) = 6$, t.ex. $x_0 = -21$ och $y_0 = 23$
- E.1. a) sant b) falskt
- E.2. Se Proposition 3.13 för a). För att få ett motexempel till b) låt $N=12$.
- F.1. a) falskt b) sant c) sant
- F.2. $6 = 2 \cdot 3$ är produkten av två primtal. I a) kan vi t.ex. välja $a=2$ och $b=3$ och på så sätt få en motsägelse.
- G.1. $MGM(45,50)=450$
- H.1. $23054 = 2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 4$.
- H.6. $51 = (110011)_2$, $95 = (1011111)_2$.
- J.1. $555 = (1000101011)_2$, $555 = (22B)_{16}$
- J.2. $(1234)_5 = 194$, $(1234)_6 = 310$
- K.1. t.ex. $x_0 = 3, y_0 = -1$. Alla heltalspar sådana att $2x + 5y = 1$ är $(x, y) = (3 + 5k, -1 - 2k)$, där $k \in \mathbb{Z}$.
- K.2. Alla heltalspar sådana att $ax + by = N$ är $(x, y) = (x_0 + bk, y_0 - ak)$, där $k \in \mathbb{Z}$.
- L.1. 3,5; 5,7; 11,13; 17,19; 29,31; 41,43; 59,61; 71,73.
- M.2. t.ex. 5,17,29,41
- M.3. En följd av n efterföljande sammansatta tal är $(n+1)! + 2, (n+1)! + 3, \dots, (n+1)! + n + 1$.
- Q.2. t.ex. $2 = 1^2 + 1^4$, $5 = 2^2 + 1^4$, $17 = 1^2 + 2^4$, $41 = 5^2 + 2^4$, $97 = 9^2 + 2^4$