

Tentamensskrivning i Matematik, del 1, LMA 110

1. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen

$$x^3 - 3x^2 + x + 5 = 0.$$

2. Lös olikheten:

$$\frac{8}{x+3} - \frac{3}{x-2} \geq 5.$$

3. Ett antal enkronor ska räknas. När kronorna läggs i staplar med 3 kronor i varje blir det 2 stycken över. När staplarna innehåller 14 kronor var, blir det 13 över och när staplarna består av 23 kronor blir det 3 över. Antalet enkronor är mindre än 1000 stycken. Hur många är de?

4. Formulera och bevisa Fermats lilla sats.

5. a) En förening består av 49 kvinnor och 51 män. På hur många sätt kan man bilda en styrelse som består av 2 kvinnor och 2 män?

- b) samma uppgift om föreningen består av a kvinnor och b män.

- c) bevisa olikheten

$$\binom{a}{k} \binom{b}{l} \leq \binom{a+b}{k+l}$$

6. En trädgårdsmästare lägger plattor på en gång med bredd 1 (längdenhet). Det finns tre sorters plattor: En är vit och kvadratisk med sida 1, och två är rektangulära av dimensionen 1 x 2, den ena grå och den andra svart. På hur många sätt kan man lägga plattorna om gångens längd är n ?

- a. Skriv upp rekursionsekvationen.

- b. Ge lösningen till ekvationen.

7. På hur många sätt kan man fördela 80 objekt i 4 lådor så att ingen låda blir tom?

8. I en grupp människor är

- i. 100 stycken ≤ 20 år.

- ii. 60 stycken ≥ 10 och ≤ 65 år.

- iii. 70 stycken ≥ 50 år.

- iv. 30 stycken ≥ 10 och ≤ 20 år, och

- v. 20 stycken ≥ 50 och ≤ 65 år.

Hur många människor är det i gruppen?