

## Tentamensskrivning i Matematik, del 1, LMA 110

1. Lös följande ekvation:  $3\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1} = 2$ .

2. Schejken gick till marknaden för att köpa exakt 100 djur. Han hade 500 pund med sig. Kameler kostade 50 pund, kor 10 pund och höns 1 pund. Pengarna räckte precis. Hur många djur av varje slag köpte han?

3. Visa att  $5^{n-1} - 4^n + 2 \cdot 3^n - 2^{n+1} + 1$  är delbart med 24 för alla heltal  $n > 1$ .

4. (i) Låt  $a$  och  $b$  vara heltal och  $p$  primtal och antag att  $p|ab$ . Visa att  $p|a$  eller  $p|b$ .

(ii) Antag att  $a_1, a_2, \dots, a_n$  är heltal och  $p$  primtal sådana att  $p|a_1 a_2 \dots a_n$ . Visa att  $p|a_k$  för något  $k$ ,  $1 \leq k \leq n$ .

5. a. Givet är de 8 bokstäverna i ordet TENTAMEN. Hur många "ord" (bokstavs-permutationer) kan man bilda av dem med

a. med 8 bokstäver

b. med 7 bokstäver?

Det räcker att svara med formel; du behöver inte räkna ut det numeriska värdet.

6. Hur många lösningar har ekvationen

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 17$$

där  $x_i$  är heltal med  $0 \leq x_i$  och  $x_1 \leq 7$ ?

7. Lös differensekvationen

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2a_n,$$

när  $a_1 = 0$  och  $a_2 = 1$ .

8. Visa kombinatoriskt att

$$\binom{k}{k} + \binom{k+1}{k} + \dots + \binom{k+n-1}{k} = \binom{k+n}{k+1}.$$

(Ledning: Välj  $k+1$  tal ur  $k+n$  och dela in i fall efter vad det största talet är.)