

Matematik
Göteborgs universitet
H. Carlsson
I. Pop

Hjälpmedel:
Inga, inte ens räknedosa
Telefonvakt: Emilio Bergroth
076-272 18 61

Tentamensskrivning i LMA110,
Matematik för lärare 1, del 1, 6 poäng
26 februari 2008, $8^{30} - 13^{30}$

1. För vilka reella tal x gäller att

$$\frac{4x}{2x-3} - \frac{3x}{2x+3} > \frac{1}{2} ?$$

2. Hur många olika ord kan man bilda av de sju bokstäverna i ordet *LÄRARNA* med

- (a) sju bokstäver?
- (b) fyra bokstäver?

3. (a) Visa att 15 delar $n^5 + 10n^4 - 5n^3 + 5n^2 + 4n$, för varje heltal n .
(b) Beräkna den multiplikativa inversen till 61 modulo 1789.

4. (a) En förening med 13 medlemmar skall välja en kommité med 7 medlemmar. Av dessa 7 skall 3 ingå i det verkställande utskottet. På hur många sätt kan det göras?
(b) Visa kombinatoriskt att

$$\binom{n}{m} \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k}$$

där $1 \leq k < m < n$.

5. Bestäm alla reella lösningar till ekvationen

$$e^{3x} + 4e^{2x} - e^x - 4 = 0.$$

Vänd!

6. På hur många sätt kan man fördela 13 likadana kakor till 3 (olika) kakmonster så att
- (a) varje kakmonster får minst 2 kakor var?
 - (b) inget kakmonster får mer kakor än de andra två tillsammans?
7. Låt a och b vara heltal och p ett primtal, och antag att $p|ab$.
Visa att $p|a$ eller $p|b$.
8. En trädgårdsmästare skall lägga en gång med cementplattor. Gången skall vara en fot bred. Han har (ett obegränsat antal av) fyra slags plattor. Det finns en sorts kvadratiske plattor med sidan en fot och tre sorters rektangulära plattor med med sidorna en och två fot.

Platttyperna:



Ett exempel på en gång:



- (a) Hur många olika gånger kan han lägga som är 5 fot långa?
- (b) Härled en rekursionsekvation för antalet gånger som är n fot långa.
- (c) Hur många gånger är 9 fot långa?

(Om du vill kan du göra (b) före (a).)