

Tentamensskrivning i LMA200/MAL400 Analys

1. Visa att $\ln(1+x) > x - x^2/2$ om och endast om $x > 0$.

2. Undersök kurvan

$$y = \frac{(x-1)(2-x)}{x^2}$$

med avseende på nollställen, asymptoter, symmetri, växande och konvexitet. Rita kurvan.

3. En burk i form av en rät cirkulär cylinder skall tillverkas av plåt, där topp och botten skall vara dubbelt så tjocka som mantelytan. Vilka proportioner skall burken ha för att bestå av så litet plåt som möjligt vid en given volym?

4. Beräkna $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos x}$.

5. Beräkna volymen som alstras då det begränsade området mellan kurvorna $y = x^2$ och $y = \sqrt{x}$ roterar kring

(a) x -axeln

(b) y -axeln.

6. Beräkna $\int_0^\infty x^2 e^{-2x} dx$.

7. Visa att om funktionerna f och g är deriverbara i x så är deras produkt $f \cdot g$ deriverbar i x och $(f \cdot g)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$.

8. Betrakta funktionen $f(x) = x^2(2 + \sin \frac{1}{x})$, $f(0) = 0$.

(a) Beräkna dess derivata för $x \neq 0$.

(b) Beräkna dess derivata för $x = 0$.

(c) Visa att f har minimum för $x = 0$ t.ex. genom att visa att $f(x) \geq x^2$.

(d) Visa att det finns godtyckligt små positiva x -värden för vilka $f'(x) < 0$; f är alltså inte växande omedelbart till höger om sitt minimum, hur underligt det än kan verka.

Varje uppgift är värd 3 poäng, utom nr. 8 som är värd 4 poäng.

För godkänt krävs 12 poäng (inkl bonus), för väl godkänt 18 poäng (exkl bonus).

Tentan beräknas vara färdiggrättad måndagen den 19 januari kl 12.30, varefter resultat kan fås på tel. 772 3509. Tentor kan hämtas i mottagningsrummet varje vardag 12.30–13.00.