

Tentamensskrivning i LMA200, Analys 4p

Var noga med motiveringarna!

1. Bestäm värdemängden för funktionen

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2, -2 \leq x \leq 3.$$

2. Bestäm normalen till kurvan $y = x^3 - x + 2$ i den punkt på kurvan där $x = 0$. Bestäm normalens övriga skärningspunkter med kurvan.

3. Undersök kurvan

$$y = \frac{x^3 + 10x}{x^2 + 1}$$

med avseende på nollställen, asymptoter, symmetri, växande och konvexitet. Rita kurvan.

4. Beräkna arean av det begränsade området i första kvadranten mellan de båda kurvorna $y = \tan x$, $0 \leq x < \pi/2$, och $y = 2 \sin x$.

5. Beräkna volymen som alstras då området $1 \leq x \leq e^2$, $0 \leq y \leq \ln x$ roterar kring

(a) x -axeln

(b) y -axeln.

(4p)

6. Härled derivatan av $\frac{1}{g(x)}$ om g är deriverbar och $g(x) \neq 0$. (Kedjeregeln får inte användas.)

7. Formulera och bevisa Analysens huvudsats.

8. Den primitiva funktionen till e^{-x^2} kan inte uttryckas med våra vanliga funktioner, men vi kan ändå definiera en funktion genom $f(x) = \int_x^{2x} e^{-t^2} dt$.

(a) Visa att f är en udda funktion.

(b) Det är känt att $\int_0^\infty e^{-t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$. Visa att $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$.

(c) Bestäm det x för vilket $f(x)$ antar sitt maximum.

Ledning. I (b) och (c) kan man ha glädje av att $\int_a^b$ kan skrivas $\int_c^b - \int_c^a$ för lämpligt valt c ; här t.ex. $c = 0$.

Varje uppgift utom nr. 5 ger max 3 poäng.

För godkänt krävs 12 poäng (inkl bonus), för väl godkänt 18 poäng (exkl bonus).

Tentan beräknas vara färdigrättad måndagen den 22 mars kl 12.30, varefter resultat kan fås på tel. 772 3509. Tentor kan hämtas i mottagningsrummet varje vardag 12.30–13.00.