

Tentamensskrivning i LMA200, Analys

Var noga med motiveringarna!

1. Undersök kurvan

$$y = \frac{x^2}{(x+1)(x-3)}$$

med avseende på nollställena, asymptoter, symmetri, växande och konvexitet. Rita kurvan. (4p)

2. Låt $|x| < 1$. Visa att $\ln \frac{1+x}{1-x} > 2x$ om och endast om $x > 0$.
3. De båda kurvorna $y = 3 \tan x$ och $y = 2 \cos x$ avgränsar tillsammans med y -axeln ett område i första kvadranten. Beräkna arean av det området.
4. Beräkna $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \tan x \, dx$. Förenkla svaret.
5. Tangenten till kurvan $y = x^3 - 3x$ i punkten med x -koordinat 2 skär kurvan i ännu en punkt och avgränsar därför tillsammans med kurvan ett område. Beräkna arean av det området.
6. Normalen till kurvan $y = e^x$ i punkten $P = (a, e^a)$, $a > 0$, skär y -axeln i en punkt Q . Bestäm den maximala area som triangeln PQR kan ha, där $R = (0, e^a)$.
7. Visa att då $x \rightarrow \infty$ gäller att

$$a^x \rightarrow \begin{cases} \infty & \text{om } a > 1 \\ 0 & \text{om } 0 < a < 1 \end{cases}$$

8. Formulera och bevisa Analysens huvudsats.

Varje uppgift utom nr. 1 ger max 3 poäng.

För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt 18 poäng.

Tentan beräknas vara färdiggrättad måndagen den 29 november kl 12.30, varefter resultat kan fås på tel. 772 3509. Tentor kan hämtas i mottagningsrummet varje vardag 12.30–13.00.