

Tentamensskrivning i LMA200, Analys

Var noga med motiveringarna!

1. Undersök kurvan

$$y = x^2 e^{-x}$$

med avseende på asymptoter, växande och konvexitet. Rita kurvan.

2. Låt $0 < |x| < 1$. Visa att $\ln(1+x) < -\ln(1-x) - x^2$.

3. Beräkna $\int_0^{\frac{\pi^2}{9}} \sin \sqrt{x} \, dx$. Förenkla svaret.

4. Beräkna $\int_{-2}^0 \frac{x^4}{x^3 - 2x^2 + 4x - 8} \, dx$. Förenkla svaret. (4p)

5. Tangenten i origo till kurvan $y = x^4 - 7x^2 + 6x$ skär kurvan i ytterligare två punkter och avgränsar tillsammans med kurvan två områden. Visa att dessa båda områden har samma area. Rita en skiss.

6. Låt $f(x) = \int_{\cos x}^{\sin x} \sqrt{1-t^2} \, dt$, $0 \leq x \leq \pi/2$. Beräkna $f'(x)$ och härled därefter ett (mycket!) enklare uttryck för $f(x)$.

7. Visa att då $n \rightarrow \infty$ gäller $\frac{a^n}{n!} \rightarrow 0$ för varje reellt tal a och $\sqrt[n]{n!} \rightarrow \infty$.

8. Formulera och bevisa den sats som säger att en lokal extrempunkt är stationär (glöm inte förutsättningarna).

Varje uppgift utom nr. 4 ger max 3 poäng.

För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt 18 poäng.

Tentan beräknas vara färdiggrättad måndagen den 24 januari kl 12.30, varefter resultat kan fås på tel. 772 3509. Tentor kan hämtas i mottagningsrummet varje vardag 12.30–13.00.