

Tentamensskrivning i LMA200/MAL400/MA1200, Analys

1. Undersök kurvan

$$\frac{x^3}{x^2 - 2x - 3}$$

med avseende på definitions mängd, nollställena, asymptoter och växande. Rita kurvan.

2. Beräkna $\int_0^2 \frac{x^3}{x^2 - 2x - 3} dx$.

3. Beräkna

(a) $\int_0^\pi \sin^2 x \, dx$. (1p)

(b) $\int_0^\pi \sin^4 x \, dx$. (2p)

4. Beräkna volymen som alstras då området i första kvadranten under kurvan $y = e - e^x$ roterar kring

(a) x -axeln (2p)

(b) y -axeln. (2p)

5. Vi vet att $\tan x > x$ då $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

Visa att $\tan x > x + \frac{x^3}{3}$ då $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

6. Betrakta kurvan $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ och låt $(f(x), 0)$ vara den punkt där normalen till kurvan i punkten $(x, \sin x)$ skär x -axeln. Visa att f är en strängt växande funktion med värdemängd $[0, \frac{\pi}{2}]$.

7. Visa att då $x \rightarrow \infty$ gäller att

$$a^x \rightarrow \begin{cases} \infty & \text{om } a > 1 \\ 0 & \text{om } 0 < a < 1 \end{cases}$$

8. Formulera och bevisa den sats som säger att en lokal extrempunkt är stationär (glöm inte förutsättningarna).

Varje uppgift utom nr. 4 ger max 3 poäng.

För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt 18 poäng.

Tentan beräknas vara färdig rättad måndagen den 18 april kl 12.30, varefter resultat kan fås på tel. 772 3509. Tentor kan hämtas i mottagningsrummet varje vardag 12.30–13.00.