

Urna med 2 röda, 3 blåa och 4 vita kulor
Drag 2 st på måfå och utan återläggning

Låt X vara antalet röda kulor, och

låt Y - " - blåa kulor i urvalet.

$$P_X(k) = \frac{\binom{2}{k} \binom{7}{2-k}}{\binom{9}{2}} \quad \text{för } 0 \leq k \leq 2$$

$$P_Y(l) = \frac{\binom{3}{l} \binom{6}{2-l}}{\binom{9}{2}} \quad \text{för } 0 \leq l \leq 2$$

Om X och Y varse oberoende, så skulle

$$\begin{aligned} P(X \in A, Y \in B) &= P(X \in A) P(Y \in B) \\ &= \left\{ \sum_{k \in A} P_X(k) \right\} \left\{ \sum_{l \in B} P_Y(l) \right\} \\ &= \sum_{k \in A} \sum_{l \in B} P_X(k) P_Y(l) \\ &= \underbrace{\sum_{k \in A} P_X(k)}_{= P(X=k, Y=2)} \end{aligned}$$

Men så är inte fallet, ty t.ex gäller

$$\text{att } X=2 \Rightarrow Y=0$$

hå i behöves den 2-dimensionella (simultana) sannolikhets funktionen

$$P_{X,Y}(k,l) = P(X=k, Y=l) = \frac{\binom{2}{k} \binom{3}{l} \binom{4}{2-(k+l)}}{\binom{9}{2}}$$

definierad för $0 \leq k \leq 2$
 $0 \leq l \leq 2$

sådana att $0 \leq k+l \leq 2$

Obs allt i behöves veta om X och Y kan härledas ur $P_{X,Y}(k,l)$

T.ex gäller

$$P_Y(l) = \sum_{k=0}^2 P_{X,Y}(k,l)$$

$$P_X(k) = \sum_{l=0}^2 P_{X,Y}(k,l)$$

Visa detta själva. Översätta dig sedan om att

$$P(X=1|Y=1) = \frac{P_{X,Y}(1,1)}{P_Y(1)} = \frac{\binom{2}{1} \binom{4}{0}}{\binom{6}{1}}$$

Tant kombinatoriskt.