MATEMATIK
Göteborgs universitet
TW

6 oktober 2007, 8.30-13.30
Inga hjälpmedel
Telefon: Elin Götmark, 0762-72 18 61

Tentamensskrivning i LMA210
Linjär algebra

1. (a) Avgör om vektorerna $(1\ \ 2\ \ 3)^t$, $(-1\ \ 0\ \ 1)^t$ och $(1\ \ 3\ \ 4)^t$ bildar ett höger- eller vänstersystem.
   (b) Samma fråga för $(1\ \ 2\ \ 3)^t$, $(-1\ \ 0\ \ 1)^t$ och $(1\ \ 3\ \ 5)^t$.

2. (a) Bestäm alla gemensamma punkter till de tre planen
   $x - y + z = 7,\ 2x + 3z = 8$ och $3x + y + 5z = 11$.
   (b) Bestäm alla gemensamma punkter till de tre planen
   $x - y + z = 7,\ 2x + 3z = 8$ och $3x + y + 4z = 11$.
   (c) Bestäm alla gemensamma punkter till de tre planen
   $x - y + z = 7,\ 2x + 3z = 8$ och $3x + y + 5z = 9$.

3. Visa att vektorerna $(1\ \ 2\ \ 3)^t$, $(-1\ \ 0\ \ 1)^t$ och $(1\ \ 3\ \ 4)^t$ är linjärt oberoende och ange en linjärkombination av dem som är $(7\ \ 8\ \ 11)^t$. Finns det flera sådana linjärkombinationer?

4. Bestäm inversen till matrisen $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

5. Låt $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ vara lösningar till ett ekvationssystem $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$.
   (a) Bestäm en annan lösning till systemet.
   (b) Hur många lösningar har systemet?

6. Visa att matrisen $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -4 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ har ett egenvärde 7 och bestäm en egenvektor för det egenvärdet.

7. Motivera att det finns en rotationsmatris som avbildar vektorn $\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}$ på $\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$ och bestäm matrisen.

8. Bestäm alla egenvärden till matrisen $S = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.8 \\ 0.8 & -0.6 \end{pmatrix}$. Bestäm en enhetsegenvektor till vardera egenvärdet, motivera att S är en speglingsmatris och bestäm speglingslinjen. (4p)

Varje uppgift utom nr. 8 ger max 3 poäng.
För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt 18 poäng av 25.

Tentan beräknas vara färdigrättad tisdagen den 16 oktober kl 10, varefter resultat kan fås på tel. 772 3500. Tentor kan hämtas på MV:s expedition varje vardag 8.30–13.00.