Dugga i sannolikhetsteori — Statistik för lärare 2010

2 nov 2010 kl 13.00-14.45

Skriv ut alla uträkningar och argument. Skriv namn och personnummer på alla papper.

1. En diskret stokastisk variabel X har sannolikhetsfunktion

$$p_X(k) = \begin{cases} 2/3, & k = -1 \\ 1/3, & k = 2 \\ 0, & \text{i övrigt} \end{cases} \tag{1}$$

   Räkna ut väntevärdet av X, alltså $E[X]$. (1p)

2. För en stokastisk variabel (det spelar ingen roll om den är diskret eller kontinuerlig) X gäller att standardavvikelsen $D(X) = 1$ och att $E[X^2] = 17$. Beräkna väntevärdet av X, alltså $E[X]$. (2p)

3. Låt A och B vara två disjunkta händelser för vilka sannolikheterna är $P(A) = 0.1$ och $P(B) = 0.9$. Vad är då $P(A \cap B)$, alltså sannolikheten att både A och B inträffar (0.5p), och $P(A \cap B^c)$, alltså sannolikheten att A men inte B inträffar (0.5p)?

4. Låt A och B vara två oberoende händelser för vilka sannolikheterna är $P(A) = 0.1$ och $P(B) = 0.9$. Vad är då $P(A \cap B)$, alltså sannolikheten att både A och B inträffar (0.5p), och $P(A \cap B^c)$, alltså sannolikheten att A men inte B inträffar (0.5p)?

5. Anta att ett blodprov används för att avgöra om en person är smittad av en viss sjukdom som i genomsnitt 1 person på 10 har. Testet ger positivt (sjuk) svar med 99 % sannolikhet om man är smittad, och negativt (frisk) svar med 97 % sannolikhet om man är frisk. Hur stor är sannolikheten att ett test på en slumpmässig person, sjuk som frisk, ger rätt svar? (2p)

6. Adam kastar (oberoende) kast med dartpil, och missar tavlar helt med sannolikhet $p = 0.1$. Om hans första miss inträffar vid 7:e kastet, när kan man förvänta sig att nästa miss inträffar? (2p)

7. Låt X vara en kontinuerlig stokastisk variabel som följer en normalfördelning med väntevärde μ och standardavvikelse σ, alltså $X \sim N(\mu, \sigma)$. Vi vet att vi kan multiplicera och addera konstanter till X och att det resulterande uttrycket fortfarande följer en normalfördelning, fast med andra parametrar. Visa, genom att beräkna väntevärde och varians, vilken fördelning

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \tag{2}$$

   har. (2p)