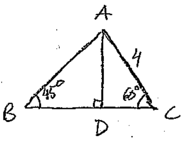
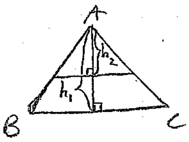
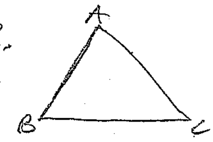
1. 

Drag höjden AD. Eftersom ADC är en halv liksidig triangel gäller $|DC| = \frac{|AC|}{2} = 2$ och Pythagoras' sats ger $|AD|^2 + 2^2 = 4^2$ så $|AD|^2 = 12 = 2^2 \cdot 3$ och $|AD| = 2\sqrt{3}$.
Eftersom ABD är en halv kvadrat gäller $|BD| = |AD| = 2\sqrt{3}$ så $|BC| = |BD| + |DC| = 2\sqrt{3} + 2$ och arean är $\frac{1}{2}|BC| \cdot |AD| = \frac{1}{2}(2\sqrt{3}+2) \cdot 2\sqrt{3} = 2(3+\sqrt{3})$.

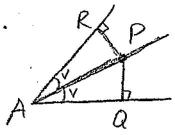
2. 

Låt höjden i ΔABC vara h_1 och höjden i ΔADE vara h_2. Eftersom $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ har alla motsvarande sträckor i de båda trianglarna samma längdskala så $\frac{h_1}{h_2} = \frac{|BC|}{|DE|}$. Arean av ΔABC är $\frac{1}{2}|BC| h_1$ och arean av ΔADE är $\frac{1}{2}|DE| \cdot h_2$ så areaförhållandet är $\frac{|BC| \cdot h_1}{|DE| \cdot h_2} = \frac{|BC|}{|DE|} \cdot \frac{h_1}{h_2} = \frac{h_1}{h_2} \cdot \frac{h_1}{h_2} = \frac{h_1^2}{h_2^2}$.

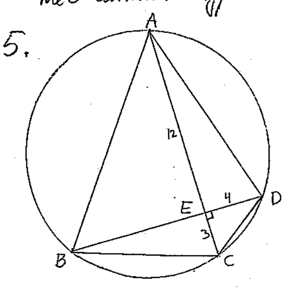
Det var givet att areaförhållandet är 3 och att $h_1 = 6$, så $\frac{6^2}{h_2^2} = 3$, vilket ger $h_2^2 = \frac{6^2}{3} = 6 \cdot 2 = 2^2 \cdot 3$, så $h_2 = 2\sqrt{3} \approx 3.46$.

3. 

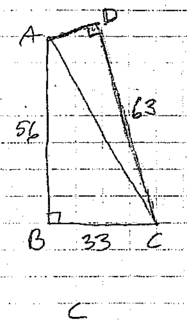
Det gäller att dra en normal från punkten A till linjen genom B och C. Sätt passaren i A och drag en båge som skär linjen i två punkter P och Q. Behåll denna radie och dra cirkelbågar med centrum i P och i Q. De skär varandra i A och en annan punkt R. AR är den sökta.

4. 

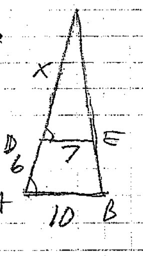
P är en punkt på bisektrisen till en vinkel vars mått vi kallar 2v. PQ och PR är vinkelräta mot vinkelbenen och vi skall visa $|PQ| = |PR|$. Detta följer av att trianglarna APQ och APR är kongruenta eftersom de är rätvinkliga med samma hypotenusa och ena spetsiga vinkeln v.

5. 

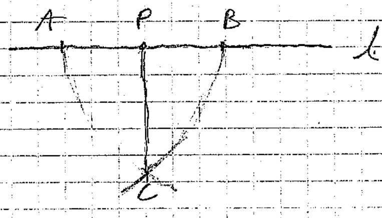
Kordasatsen ger $|BE| \cdot 4 = 3 \cdot 12$ så $|BE| = 9$.
Sedan ger Pythagoras' sats
$|AB| = \sqrt{9^2+12^2} = 15 \quad (= |AC|)$
$|BC| = \sqrt{9^2+3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \approx 9.5$
$|CD| = \sqrt{3^2+4^2} = 5$
$|DA| = \sqrt{4^2+12^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10} \approx 12.$
Cirkelns diameter är då $5\sqrt{10} \approx 15.8$.

11. 

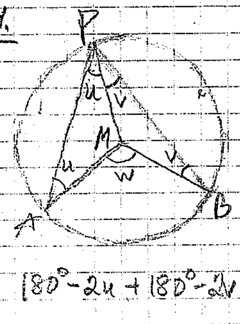
Pythagoras' sats ger $|AC|^2 = 56^2 + 33^2 = 4225$ så $|AC| = 65$ och $|AD|^2 = 65^2 - 63^2 = 256$ så $|AD| = 16$.

12. 

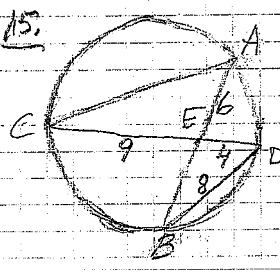
$\Delta DEC \sim \Delta ABC$ enl. v-v eller topptriangelsatsen så $\frac{x}{7} = \frac{x+6}{10} \Leftrightarrow$
$10x = 7x + 42 \Leftrightarrow 3x = 42 \Leftrightarrow x = 14$.

13. 

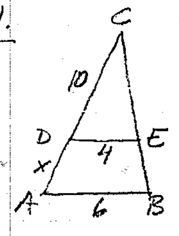
Mät med passaren ut två punkter A och B på l på samma avstånd från P. Slå cirkelbågar med radie AB. De skär varandra i C. PC är normal till l.

14. 

Periferivinkeln = halva medelpunktsvinkeln. Drag MP. Vi får två likbenta trianglar. Vinklarna vid M uppfyller
$180^\circ - 2u + 180^\circ - 2v + w = 360^\circ$ så $w = 2u + 2v = 2(u+v)$

15. 

$\Delta ACE \sim \Delta DEB$ enl. v-v ty $\angle A = \angle D$ och $\angle B = \angle C$ enl. periferivinkelsatsen. Alltså $\frac{|BE|}{9} = \frac{4}{6} = \frac{8}{|AC|}$ så $|BE| = 6$ och $|AC| = 12$.

21. 

$\Delta ABC \sim \Delta DEC$
enligt topptriangelsatsen

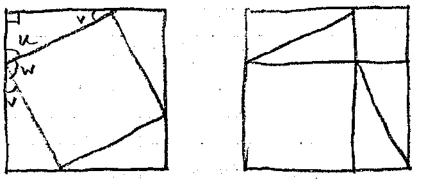
så $\dfrac{x+10}{10} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$

$\Leftrightarrow x+10 = 10 \cdot \frac{3}{2} = 15$

$\Leftrightarrow x = 5.$

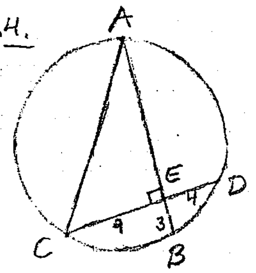
22. Tag en sträcka AB och rita cirkelbågar med AB som radie och A och B som medelpunkter. Låt en av cirkelbågarnas skärningspunkter vara C. ABC är då en liksidig triangel, så alla vinklar i den är 60°. 30°-vinkel kan man sedan antingen få genom att halvera 60°-vinkeln eller genom att rita normalen till AB genom A för då får vi fram vinkeln $90° - 60° = 30°$.

23. Ett mycket åskådligt bevis får man genom att på två olika sätt lägga 4 ex. av en rätvinklig triangel i en kvadrat med sida lika med summan av kateterna!



Vi ser att kvadraten på hypotenusan i en rätvinklig triangel är lika med summan av kvadraterna på kateterna, vilket är Pythagoras' sats.

Vi har att $w = 90°$ eftersom $u+v+90° = 180° = u+v+w$.

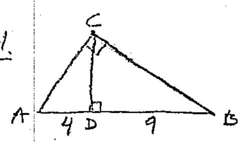
24. 

Kordasatsen ger

$|AE| \cdot 3 = 9 \cdot 4$ så $|AE| = 12$.

Sedan ger Pythagoras' sats

$|AC| = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15.$

31. 

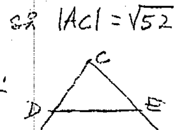
V-V ger $\Delta ACD \sim \Delta ABC \sim \Delta CBD$

så $\dfrac{|AD|}{|CD|} = \dfrac{|CD|}{|BD|}$

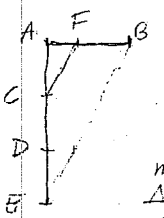
Alltså $|CD|^2 = |AD| \cdot |BD| = 4 \cdot 9 = 36$ så $|CD| = 6$

Pythagoras' sats ger $|AC|^2 = |AD|^2 + |CD|^2 = 16 + 36 = 52$

så $|AC| = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$; p.s.s. $|BC| = \sqrt{36+81} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$.

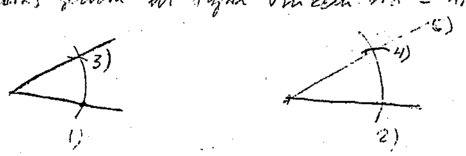
32. 

Eftersom DE delar ΔABC i två lika stora delar gäller att ΔDEC har hälften så stor area som ΔABC. Trianglarna är likformiga enl. toppvinkelsatsen (eller v-v), $\Delta DEC \sim \Delta ABC$ med areaskala 1:2 och alltså längdskala $1:\sqrt{2}$. Om höjden i ΔABC är 6 är alltså höjden i ΔDEC $6/\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

33. 

Låt sträckan vara AB. Drag en stråle från A och avsätt på den en sträcka AC. Avsätt sedan sträckorna CD och DE lika långa som AC. Drag EB och sedan en linje parallell med EB genom C. Den träffar AB i F. $\Delta AFC \sim \Delta ABE$ enl. v-v och $|AC| = \frac{1}{3}|AE|$ ger $|AF| = \frac{1}{3}|AB|$.

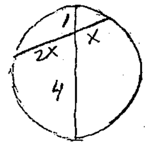
CF konstrueras genom att flytta vinkeln vid E till C enligt



dvs. man ser till att man får samma vinkelgap på samma avstånd från vinkelspetsen

34. 

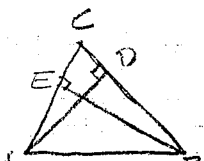
Höjden från spetsen delar triangeln i två lika delar, som båda är en halv liksidig triangel, så höjdens längd är 3. x i fig. uppfyller $x^2 + 3^2 = 6^2$, så $x^2 = 36 - 9 = 27$ och $x = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$. Triangelns bas är $2x$, så arean är $x \cdot h = 3\sqrt{3} \cdot 3 = 9\sqrt{3}$.

35. 

Kordasatsen ger

$x \cdot 2x = 1 \cdot 4$ så $x^2 = 2$

Alltså $x = \sqrt{2}$ och kordan är $3x = 3\sqrt{2}$

25. 

Trianglarna ADC och BEC är båda rätvinkliga och har vinkeln C gemensam, så de är likformiga enl. v-v (3:e l.f.).

Alltså $\dfrac{|BC|}{|AC|} = \dfrac{|BE|}{|AD|}$, m.a.o. $|BC| \cdot |AD| = |AC| \cdot |BE|$