

LMN120

Tentan 6 nov 2009. Några kommentarer

Resultatet var strålande: Geometri 13 VG, 14 G och 4 U; Aritmetik och algebra 22 VG och 9 G.

Allmänt om Geometrin: Skilj på **streck** och **sträcka**. Vidare är sträckan AB ett geometriskt objekt, nämligen det man får då man drar ett rakt streck mellan punkterna A och B , medan $|AB|$ är dess *längd*, alltså ett positivt tal.

Det heter **kongruent**, inte kongurent.

1. Fyrhörningen kan lätt ritas exakt med hjälp av det rutade papperet. Man kan välja en ruta ($= \frac{1}{2}$ cm) eller 1 cm som längdenhet. Då kan man också kolla sina uträkningar genom att mäta direkt i figuren.

Kom ihåg att $a^2 + b^2 = c^2$ bara gäller i rätvinkliga trianglar.

3. Man bör kunna rita en trovärdig $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ -triangel. T.ex. kan man välja den korta kateten som bas med 4 rutor, 2 cm; då är hypotenusan 4 cm och den långa kateten $2\sqrt{3} \approx 3.46$ cm, dvs nästan exakt 7 rutor.

4. Uppgiften är här att visa att P ligger på AB :s mittpunktsnormal och den enklaste metoden för det är given.

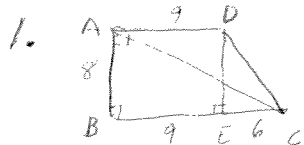
5. Visade sig vara en räddningsplanka. Alla har insett att diametern är en korda och att dess längd är summan av dess delar. (Det vore roligt att ha en bra tolkning av vad *produkten* av kordans delar representerar.)

Aritmetik och algebra

6. Multiplicera inte ihop före förkortning! Märk också att räknaren kan användas för att kontrollera resultatet i uppgift 6, 7 och 9.

10. Denna hade jag trott skulle vara ännu en räddningsplanka, men uppgifterna 9, 6 och 8 (i den ordningen) gick ännu bättre.

LMN/20 6 nov 09



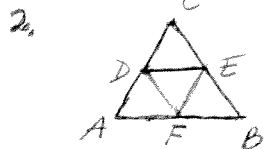
Drag DE vinkelrätt mot BC.

Därför är $|EC|=6$.

Pythagoras' sats ger

$$|AC| = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17.$$

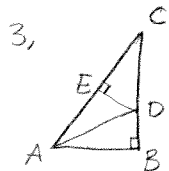
$$|CD| = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10.$$



Triangeln DEF är likformig med triangeln ABC (topptriangel) med längdskalan 1:2.

Areaskalan är därför 1:4 så

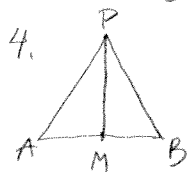
triangeln ABC har arean 4, varför delen utöver topptriangeln har arean 3, vilket man också kan se genom att dra DF och EF.



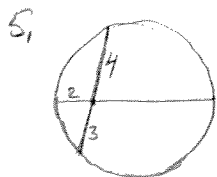
$$\angle ACB = 30^\circ, \angle CAB = 60^\circ.$$

Vinklarna DAB och DAE är båda 30° eftersom AD är bisektör. Triangeln DAB och DAE är dessutom rätvinkliga

och har hypotenusan gemensam, så de är kongruenta. Även $\triangle DCE$ är en $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ -triangel och har den korta kateten gemensam med $\triangle DAE$, så även $\triangle DCE \cong \triangle DAE$.



Vi har $\triangle AMP \cong \triangle BMP$ enligt s-s-s, ty $|AM| = |BM|$ och $|AP| = |BP|$ enligt förutsättningen och PM är gemensam. Alltså är vinklarna AMP och BMP lika så de är 90° eftersom de tillsammans är 180° .



Kordasatsen ger att diameters andra del har längden $\frac{3 \cdot 4}{2} = 6$, så diameters längd är $2 + 6 = 8$.

$$6. a) \frac{1}{35} - \frac{4}{65} + \frac{2}{77} = \frac{1}{5 \cdot 7} - \frac{4}{5 \cdot 13} + \frac{2}{7 \cdot 11} = \frac{11 \cdot 13 - 4 \cdot 7 \cdot 11 + 2 \cdot 5 \cdot 13}{5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{143 - 308 + 130}{5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{-35}{5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{-1}{11 \cdot 13} = -\frac{1}{143}$$

$$b) \frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{6}}{\frac{5}{18} - \frac{7}{12}} = \frac{\frac{3 \cdot 6 - 5 \cdot 4}{24}}{\frac{2 \cdot 5 - 7 \cdot 3}{36}} = \frac{27 - 30}{10 - 21} = \frac{-3}{-11} = \frac{3}{11}$$

7. a) Man vill att potenslagen ska gälla så att $a^{-n} \cdot a^n = a^{-n+n} = a^0 = 1$ (ty $a^0 \cdot a = a^0 \cdot a^1 = a^{0+1} = a^1 = a$ vilket ger $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$)

$$b) \frac{12'' \cdot 15'' \cdot 25''}{8'' \cdot 9'' \cdot 10''} = \frac{(2^2 \cdot 3)'' \cdot (3 \cdot 5)'' \cdot (5^2)''}{(2^3)'' \cdot (3^2)'' \cdot (2 \cdot 5)''} = \frac{2^{22} \cdot 3^{11+4} \cdot 5^{4+6}}{2^{12+11} \cdot 3^{14} \cdot 5^{11}} = \frac{3}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10} (=0.3)$$

8. $9116 = 151 \cdot 60 + 56$ så
 $9116 \text{ min} = 151 \text{ tim } 56 \text{ min}$
 $151 = 6 \cdot 24 + 7$ så $151 \text{ tim} = 6 \text{ dygn } 7 \text{ tim}$
 7 tim 56 min efter 18.37 är klockan 02.33 efter att ha passerat midnatt, vilket den alltså gjort totalt 7 gånger.

$$9. a) x = 1.484848... \text{ ger } 100x = 148.484848... \text{ så } 99x = 147 \text{ och } x = \frac{147}{99} = \frac{49}{33}$$

$$b) x = 0.16171617... \text{ ger } 10000x = 1617.16171617... \text{ så } 9999x = 1617 \text{ och } x = \frac{1617}{9999} = \frac{539}{3333} = \frac{49}{303}$$

10. a) Om rektangelsidorna är a och b så har vi $2a + 2b = 26$, så $a + b = 13$. Möjliga areor är därför

1. 12 = 12	b) SVARET
2. 11 = 22	är 42!
3. 10 = 30	
4. 9 = 36	
5. 8 = 40	
6. 7 = 42	