MATEMATIK
Göteborgs universitet

Tentamensskrivning i
MAL 200, del 3, 2p + 3p
1998-06-11, kl 8.45 - 12.45 för 3p, kl 8.45 – 13.45 för 5p
Hjälpmedel: valfri miniräknare
Telefonvakt: tel. 0740–479626

1. (a) Definiera begreppet bijektiv funktion och förklara vad man menar med att två mängder, A och B, har samma kardinalitet (är "lika stora")?

   (b) Visa att alla jämna heltal har samma kardinalitet som alla heltal delbara med 3.

2. Ge exempel på

   (a) en Diofantisk ekvation,

   (b) ett reducibelt och ett irreducibelt polynom med rationella koefficienter,

   (c) en injektiv funktion från $A = \{1, 2, 3\}$ till $B = \{a, b, c\}$.

3. (a) Låt a och b vara två nollskillda heltal. Definiera begreppet största gemensamma delaren till a och b och beräkna $\mathrm{SGD}(143, 227)$.

   (b) Låt f och g vara två polynom skilda från nollpolynomet. Definiera begreppet största gemensamma delaren till f och g.

   (c) Förklara likheten mellan begreppen i (a) och (b).

4. Visa att för varje naturligt tal $n \geq 2$ är talet 12 en delare till $10^n - 4$.

5. Bestäm alla komplexa tal z sådana att $4z^2 + 8|z|^2 = 3$.

6. (a) Beräkna resten vid division av $X^{100} + X^{99} + \cdots + X + 1$ med $X - 1$.

   (b) Formulera och bevisa faktorsatsen.

   Om Du inte har godkänt på inlämningsuppgifterna löser Du efterföljande problem 7 – 9:

7. Vilka av följande utsagor är ekvivalenta $A \Rightarrow B$, $A \Rightarrow \neg B$, $\neg B \Rightarrow \neg A$. Motivera noga!

8. 85% av dem som ämnar fortsätta läsa matematik väljer Algebraiska strukturer, 90% väljer Specialkursen i matematik och 75% väljer Logik och geometri. Visa att minst 50% av eleverna väljer alla tre kurser.

9. Låt x och y vara reella tal. Skriv ut negationen av följande utsaga så att negationssymbolen inte förekommer i svaret

$$\exists_{x\in\mathbb{R}}\forall_{y\in\mathbb{R}}\ [x > 0 \Rightarrow xy > 0].$$

   Är den givna utsagan falsk eller sann?

Varje uppgift ger maximalt 3p.
Om Du har godkända inlämningsuppgifter löser Du uppgifterna 1 – 6. Det krävs minst 8p för godkänt och minst 15p för väl godkänt (med bonus från inlämningsuppgifter 14p).
Om Du inte har gjort inlämningsuppgifter krävs dessutom minst 4p på uppgifterna 7 – 9. För att få bonuspoäng på 1 – 6 krävs minst 7p på dessa uppgifter (eller 22p på hela skrivningen).
Tentamensresultaten meddelas senast den 22 juni kl. 13.30.