

INLÄMNINGSUPPGIFT 1

Dessa inlämningsuppgifter är en del av examinationen i samband med delkurs 4 av MAL200. Varje uppgift ger maximalt 3p. Om du får 75% av antalet poäng på alla uppgifter under kursens gång får du 2 bonuspoäng på skrivningen (gäller t o m 020901).

Du får gärna diskutera lösningarna med andra, men din skriftliga redovisning skall vara självständig. Försök ge utförliga motiveringar och presentera lösningarna klart och tydligt.

1. a) Visa att $(x - 1) \mid (x^n - 1)$ för alla positiva heltal n .
b) Visa att $(x^m - 1) \mid (x^{mn} - 1)$ för alla positiva heltal m och n .
c) Visa att om p är ett positivt heltal sådant att $2^p - 1$ är ett primtal så är p ett primtal.
2. Låt $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] := \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\} \subset \mathbb{R}$.
a) Visa att mängden $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ är sluten under addition och multiplikation.
b) Visa att varje nollskilt element $a + b\sqrt{2} \in \mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ har en multiplikativ invers.
3. Betrakta relationen $\sim$ på mängden $\mathbb{R}[X]$ av alla polynom med koefficienter i $\mathbb{R}$, given av $f(X) \sim g(X)$ då och endast då $f(X) = \lambda g(X)$ för någon konstant $\lambda \neq 0$; d v s $f(X)$ och $g(X)$ är associerade polynom.
a) Visa att $\sim$ är en ekvivalensrelation.
b) Beskriv alla ekvivalensklasser genom att välja en lämplig representant för varje klass.

Lämna in lösningarna senast tisdagen den 27 november.