MATEMATIK **MAL 200, ht99**
Göteborgs universitet

INLÄMNINGSUPPGIFT 1

Dessa inlämningsuppgifter är en del av examinationen i samband med delkurs 4 av MAL200. Varje uppgift ger maximalt 3p. Om du får 75% av antalet poäng på alla uppgifter under kursens gång får du 2 bonuspoäng på skrivningen (gäller t o m 000901).

Du får gärna diskutera lösningarna med andra, men din skriftliga redovisning skall vara självständig. Försök ge utförliga motiveringar och presentera lösningarna klart och tydligt.

Lämna in lösningarna senast tisdagen den 16 november.

1. a) Visa att $(x-1)|(x^n-1)$ för alla positiva heltal n.
   b) Visa att $(x^m-1)|(x^{mn}-1)$ för alla positiva heltal m och n.
   c) Visa att om p är ett positivt heltal sådant att 2^p-1 är ett primtal så är p ett primtal.
2. Låt $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] := \{a+b\sqrt{2} \mid a,b \in \mathbb{Q}\} \subset \mathbb{R}$.
   a) Visa att mängden $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ är sluten under addition och multiplikation.
   b) Är de operationer på $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ kommutativa och associativa? Varför?
   c) Visa att varje nollskilt element $a+b\sqrt{2} \in \mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ har en multiplikativ invers.