MATEMATIK
Göteborgs universitet

Datum: 990102
Klockan: 8.45–13.45
Hjälpmedel: Inga
Telefonvakt: Niklas Lindholm, 0740-479626

Tentamensskrivning i MAL 400, Analys

1. Bestäm
a)
$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4+2x}{3x^4-5x^3-2x+3},$$

b)
$$\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+n+1}-\sqrt{n^2-3n+3}\right).$$

2. Bestäm
$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos 2x - e^x}{x}.$$

3. Låt $f(x)=\ln(1+x^2)$. Bestäm alla x med $|f'(x)|=1$.

4. Visa att funktionen
$$f(x)=\begin{cases} x^2\sin\frac{1}{x}, & \text{om } x\neq 0 \\ 0, & \text{om } x=0 \end{cases}$$
är deriverbar i punkten $x=0$ och beräkna $f'(0)$.

5. Rita grafen till funktionen
$$f(x)=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x-1)^2}.$$
Ange speciellt inflexionspunkterna. (4 p)

6. Beräkna
$$\int x^2\cos x\,dx.$$

7. Beräkna
$$\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\,dx.$$

8. Bevisa med hjälp av gränsvärdesdefinitionen att
$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x^2+1999}=1.$$

Tentan räknas vara färdigrättad fredagen den 15 januari. Tentor kan hämtas i mottagningsrummet kl 12.30–13.00 varje vardag.
Lycka till! Jan Stevens