Facit

Övningar till Kap. 1,2.

1. a) $x < -1$ eller $2 < x < 4$ b) $x \leq -\frac{1}{2}$ eller $0 < x \leq \frac{1}{2}$ eller $x > 1$
c) $-\frac{3}{2} < x < -1$ eller $x > 1$

2. a) $-3/2 + 1/2\sqrt{37}$ b) 3 c) 2, 3

3. a) 10, -4 b) 2, 0 c) $-1/2$, $-9/2$ d) $17/3$, $-1/3$

4. a) $[-2, 2]$ b) $[-1, 3]$ c) $[-3, -1]$ d) $(5/3, 3)$ e) $(-3, -2)$

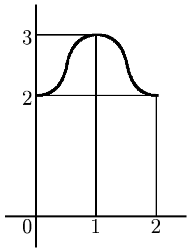
5. a) $x > 1$ b) $x < -3$ eller $x > 1$ c) $-\sqrt{13} < x < \sqrt{13}$
d) $-\sqrt{13} < x < -1$ eller $1 < x < \sqrt{13}$

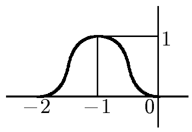
6. $a > 0$

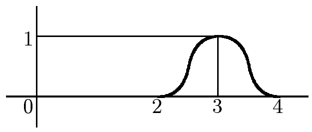
7. a) 1 b) -1 c) 1 d) 1 om $y > \frac{1}{2}$, -1 om $y < \frac{1}{2}$

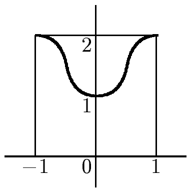
8. $x < 1$

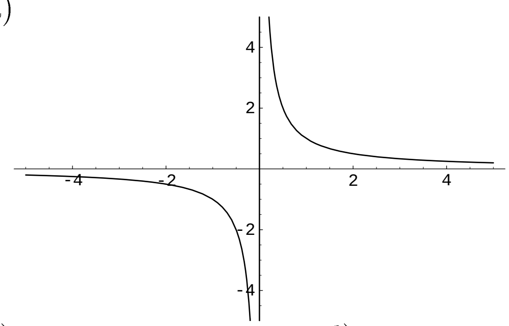
9. a) $x + y \geq 0$ b) Då x och y har samma tecken.

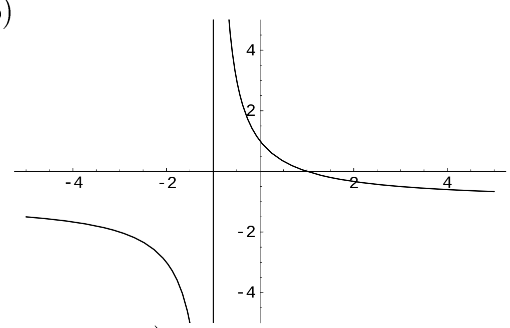
10. a)


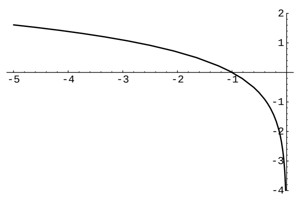
b)


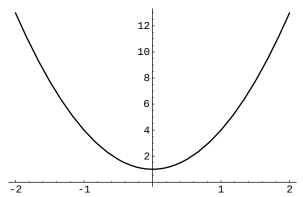
c)


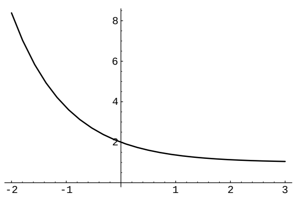
d)


11. a)


b)


c)


d)


e)


12. a) Nej b) Ja

13. a) $x^2 + 2$ b) $x^2 + 10x + 22$ c) $x + 10$ d) $x^4 - 6x^2 + 6$

14. a) $(x+1)/2$ b) $\sqrt[3]{x-1}$ c) x^2+1 d) $-\sqrt{x}$ e) $-1+1/x$ f) $x/(1-x)$

15. a) $\sqrt{e}$ b) x^3 c) $\ln(64/81)$ d) $2\ln(x+3)$

16. a) $e^{-3/2}$ b) 6 c) $1/5$ d) $1/2$

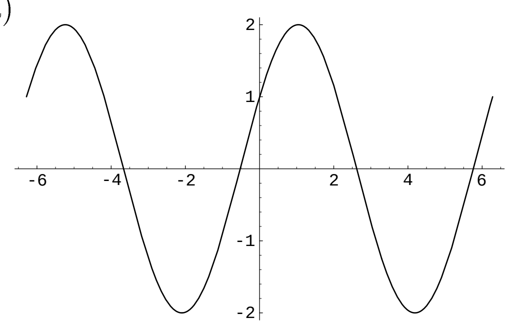
17. a) $\ln 2/(\ln 3 - \ln 2)$ b) $2/3$ c) $(\ln 5 - 9\ln 2)/2\ln 2$ d) $3,\ -1$

18. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

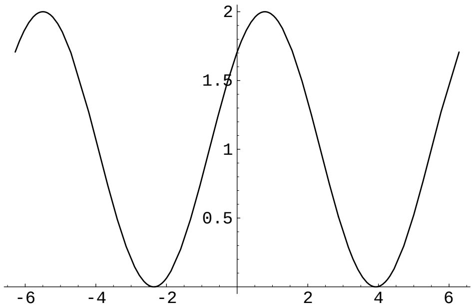
19. a) $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ b) 1 c) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ d) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ e) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ f) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

20. a) $-\cos x$ b) $-\sin x$ c) $-\cos x$ d) $\sin x$

21. a)



b)

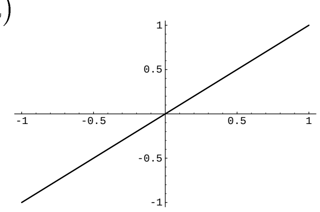


22. a) $-4/5,\ -3/4$ b) $\frac{2}{5}\sqrt{5},\ \frac{1}{5}\sqrt{5}$ c) $-\frac{2}{3}\sqrt{2},\ -2\sqrt{2}$ d) $-12/13,\ 12/5$

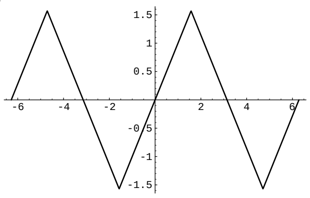
24. a) $\pi/3$ b) $\pi/3$ c) $2\pi/3$ d) $\pi/4$ e) $\pi/3$ f) $\pi/5$ g) $\pi/7$

25. Om $x, y > 1$ är $\arctan x + \arctan y = \arctan \frac{x+y}{1-xy} + \pi$.

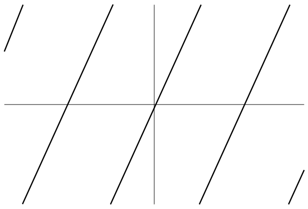
28. a)



b)



c)



Övningar till Kap. 3.

1. a) 2 b) 0 c) 4 d) 0 e) 0 f) ∞

2. a) $1/2$ b) 0 c) 1 d) 0 e) $-3/4$ f) 1

3. a) $1/7$ b) $-\infty$ c) $\ln 2$ d) $3/2$

4. a) $3/2$ b) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ c) $-\frac{2}{3}\sqrt{3}$ d) $-2/3$

5. a) 4 b) 1 c) 0 d) 0 e) $3/2$ f) 1

6. a) 1 b) 5

7. a) $\to 0$ b) ej def. c) $\to 0$ d) $\to 0$ e) $\to 0$

8. a) ∞ b) ej def. c) $-\infty$

9. a) $a_n = 37n,\ b_n = 1/n$ b) $a_n = n^2,\ b_n = 1/n$
c) $a_n = n^2,\ b_n = -1/n$ d) $a_n = n\sin n,\ b_n = 1/n$

10. a) 3 b) $1/4$ c) $-1/4$ d) $1/2$ e) -1 f) $1/2$

11. a) $1/e$ b) ∞ c) $1/e^3$

12. a) $-3/2$ b) 2 c) 1 d) 0 e) 1 f) 2

13. a) 1 b) 1 c) 1

14. a) 0 b) 1 c) 1

15. a) 4 b) -3 c) $1/3$

16. a) 1 b) $1/2$ c) 0

17. a) e b) 1 c) 0 d) 1 e) 1 f) $2/3$

18. a) 1 b) e c) 0 d) 0 e) $1/2$ f) x g) 0

19. $a = \ln 3 = f(0)$

20. $1, -1$

21. $1, -1$

22. f är kontinuerlig med $f(x) = -x/2$ for $x < -1$, $f(x) = 1/2$ för $-1 \leq x \leq 1$ och $f(x) = x/2$ for $x > 1$.

23. a) 0 b) ej def c) $-\infty$ d) -1 e) ej def f) 4

24. $1/2$

26. a) konv b) konv c) div d) div

27. För $-1 < x < 1$

28. a) $3/2$ b) $12/5$ c) $\frac{1}{1+x^2}$ för $-1 < x < 1$, divergent annars

29. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$

30. $(a + 2b)/3$

31. Gränsvärdet är $3/4$. Tag t ex $x > \frac{7}{16} \cdot 10^4$.

35. T ex $\delta = 10^{-2}$.

37. Functionen f har inget maximum, men ett minimum för $x = 0$.

40. Vi har $\cos 2t = 2\cos^2 t - 1$ så $\cos t = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2t}$. Med $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$ får vi

$$\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}} \cdot \ldots .$$

Formeln i uppgiften är alltså felaktig.

Övningar till Kap. 4.

1. a) $6x - 5 + 9/x^2$ b) $2/\sqrt{x} + 3/x^2$ c) $37x^{36} + 37x^{-38}$

d) $\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + \frac{1}{2}x^{-\frac{3}{4}} - 1/5x^{\frac{4}{5}}$ e) $13 - 30x$ f) $\frac{1}{2\sqrt{x}}(2 - 3x + \frac{7x^3}{5})$

g) $-\frac{2}{(2x+4)^2}$ h) $\frac{2}{(4-2x)^2}$ i) $-\frac{4x}{(2x^2+4)^2}$

j) $-\frac{\pi^2}{(2+\pi x)^2}$ k) $\frac{3}{2}\sqrt{x}$ l) $\frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

m) $\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ n) $\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$ o) $-\frac{4}{(x-2)^2}$

p) $-\frac{2}{(1+2\sqrt{x})^2\sqrt{x}}$ q) $e^x x^2$ r) $x^{n-1}(n+x)e^x$

s) $\frac{2}{x+1}$ t) 0

2. a) $2\cos 2x$ b) $2\sin x\cos x$ c) $\cos^2 x-\sin^2 x$

d) $-\frac{\cos x}{\sin^2 x}$ e) $2e^x\cos x$

f) $\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$ om $a>0$, $-\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$ om $a<0$ g) $\frac{a}{a^2+x^2}$

h) $-\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ om $x>1$, $\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ om $x<-1$ i) 0

j) $\frac{3}{\cos^2 3x}$ k) $-\frac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ l) $(3x^2+5)\cos(x^3+5x)$

m) $(3x^2+\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}})\sin 3x+3(x^3+x^{\frac{1}{3}})\cos 3x$

n) $\frac{1}{1+\cos x}$ o) $\frac{x\cos x-\sin x}{2x\sqrt{x\sin x}}$ p) $(\sin x)^{\tan x}(\frac{\ln\sin x}{\cos^2 x}+1)$

3. a) $18(2x+4)^8$ b) $-3x\frac{1}{\sqrt{1-3x^2}}$

c) $2x$ om $|x|>1$, $-2x$ om $|x|<1$ d) $-\frac{2x}{(1+x^2)\sqrt{1-x^4}}$

e) $3x^2e^{x^3}$ f) $\sin\sqrt{x}+\frac{1}{2}\sqrt{x}\cos\sqrt{x}$ g) $\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}$

h) Om man följer regelerna, får man $\frac{1}{\sqrt{-e^{3x}}}\frac{3e^{3x}}{2\sqrt{1+e^{3x}}}$, som innehåller en rot ur ett negativt tal. Men $1+e^{3x}>1$, så arcsin är inte definierad. Om vi rätter uppgiften till $\arcsin\sqrt{1-e^{3x}}$, $x<0$, får vi $-\frac{3}{2\sqrt{e^{-3x}-1}}$.

i) $1+\ln x$ j) $-\frac{1}{x}$ k) $\frac{\sin}{x}$ l) $-\frac{\sin x}{2\sqrt{1+\cos x}}$

m) $-\frac{\sin x}{3(1+\cos x)^{\frac{2}{3}}}$ n) $\frac{\sqrt{2}}{1+\cos^2 x}$ o) $x^x(1+\ln x)$ p) $x^{\frac{1}{x}-2}(1-\ln x)$

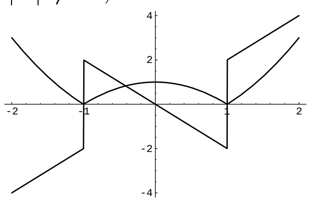
4. a) $-\frac{2}{1+x^2}$ om $x>0$ och $\frac{2}{1+x^2}$ om $x<0$ b) $-\frac{2\sin(2\arctan x)}{1+x^2}$

c) $-\frac{1}{2(1+x^2)}$ d) $\frac{3\sin x\cos x(\sin x-\cos x)}{2\sqrt{\sin^3 x+\cos^3 x}}$ e) $\frac{1}{1+x^2}$

6. $e^{\cos x}\frac{(x^2+2)^5(1-x)^4}{(x^6+x^3+1)^4}\left(-(x^2+2)(1-x)\sin x+12x(1-x)-5(x^2+2)-\frac{12(x^2+2)(1-x)(2x^3+1)x^2}{x^6+x^3+1}\right)$

7. a) e^x b) $2|x|$ c) $-\frac{\cos x}{\sin^2 x}$

8. Funktionen $f(x)=|x^2-1|$ är deriverbar för $|x|\neq 1$ och $f'(x)=2x$ om $|x|>1$, $f'(x)=-2x$ om $|x|<1$. Funktionen f' är deriverbar för alla x i definitionsområdet, d v s $|x|\neq 1$, med derivatan 2 eller -2.



9. $y=\frac{1}{2}\sqrt{2}x$ **10**. $-1-\frac{3}{4}\ln 3$ **11**. $a=0$ **12**. $1,-1$

13. $1-\sqrt{2}$ **14**. -2 **15**. $1/4$

17. a) Låt $f(x)=\sin 2x+\cos 2x$. $D^{4k}f(x)=2^{4k}(\sin 2x+\cos 2x)$, $D^{4k+1}f(x)=2^{4k+1}(-\sin 2x+\cos 2x)$, $D^{4k+2}f(x)=2^{4k+2}(-\sin 2x-\cos 2x)$, $D^{4k+3}f(x)=2^{4k+3}(\sin 2x-\cos 2x)$. b) $-2^{50}\sin x\cos x$

c) $-3^{37}x^2\sin 3x+2\cdot 37\cdot 3^{36}x\cos 3x+36\cdot 37\cdot 3^{35}\sin 3x$

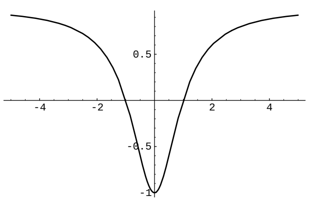
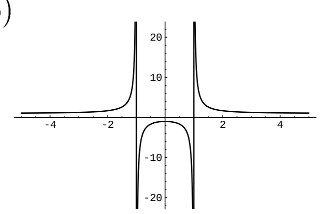
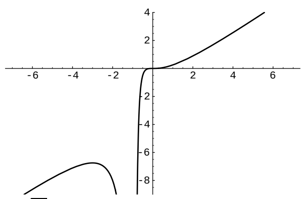
d) $2^{37}x^3e^{2x}+2^{36}\cdot 3\cdot 37x^2e^{2x}+2^{35}\cdot 6\cdot\binom{37}{2}xe^{2x}+2^{34}\cdot 6\cdot\binom{37}{3}e^{2x}$

18. a) minimum $f(-1) = 1$, maximum: $f(1) = 3$
b) minimum $f(-1) = 1$, inget maximum
c) minimum $f(-1) = -3$, maximum: $f(0) = 0$
d) inget minimum, maximum: $f(0) = 0$
e) inget minimum, maximum: $f(\frac{\pi}{2}) = 0$
f) minimum $f(0) = 0$, maximum $f(-\frac{\pi}{2}) = f(\frac{\pi}{2}) = 1$

19. a) minimum $f(2) = -20$, maximum: $f(-1) = 7$
b) minimum $f(1) = f(-1) = -4$, maximum: $f(2) = f(2) = 5$
c) minimum $f(0) = 0$, maximum: $f(-1) = 5$
d) minimum $f(-1) = -2$, maximum: $f(2) = 2 - \sqrt[3]{4}$
e) minimum $f(2) = f(-1) = 0$, maximum: $f(-3) = 10$
f) minimum $f(-2) = 0$, inget maximum

20. Minimum $f(-\frac{\pi}{2}) = -(1-\pi/2+\pi^3/48)$, maximum $f(\frac{\pi}{2}) = (1-\pi/2+\pi^3/48)$.

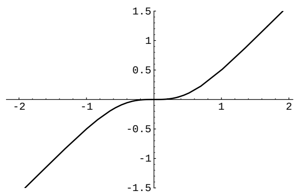
21. a) f växer i $x \geq 1/2$, avtar i $x \leq 1/2$; minimum $x = 1/2$
b) f växer
c) f växer i $x \leq -1$ och $x \geq 1$, avtar i $-1 \leq x \leq 1$; $x = -1$ lokalt maximum, $x = 1$ lokalt minimum
d) f växer i $x \leq 1/3$ och $x \geq 1$, avtar i $1/3 \leq x \leq 1$; $x = 1/3$ lokalt maximum, $x = 1$ lokalt minimum
e) f växer i $x \leq -\frac{1}{3}\sqrt{3}$ och $x \geq \frac{1}{3}\sqrt{3}$, avtar i $-\frac{1}{3}\sqrt{3} \leq x \leq \frac{1}{3}\sqrt{3}$; $x = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$ lokalt maximum, $x = \frac{1}{3}\sqrt{3}$ lokalt minimum
f) f växer i $x \geq 0$, avtar i $x \leq 0$; minimum $x = 0$
g) f avtar i $-\sqrt{2} \leq x \leq -1$ och $1 \leq x \leq \sqrt{2}$, växer i $-1 \leq x \leq 1$; $x = -\sqrt{2}$ lokalt maximum, $x = -1$ minimum, $x = 1$ maximum, $x = \sqrt{2}$ lokalt minimum
h) f växer i $x \geq -1$, avtar i $x \leq -1$; minimum $x = -1$
i) maxima i $\pi/4 + 2k\pi$, minima i $5\pi/4 + 2k\pi$, $k \in \mathbb{N}$
j) lokala minima i $\pi/3 + 2k\pi$, lokala maxima i $-\pi/3 + 2k\pi$, $k \in \mathbb{N}$
k) f avtar i $-1 \leq x \leq -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ och $\frac{1}{2}\sqrt{3} \leq x \leq 1$, växer i $-\frac{1}{2}\sqrt{3} \leq x \leq \frac{1}{2}\sqrt{3}$; $x = -1$ lokalt maximum, $x = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ minimum, $x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ maximum, $x = 1$ lokalt minimum
l) f växer i $x \leq e$, avtar i $x \geq e$; $x = e$ maximum
m) f avtar i $x \leq -1$ och $0 \leq x \leq 1$, växer i $-1 \leq x \leq 0$ och $x \geq 0$; $x = -1$ minimum, $x = 0$ lokalt maximum, $x = 1$ minimum
n) f växer

22. a)

b)

c)


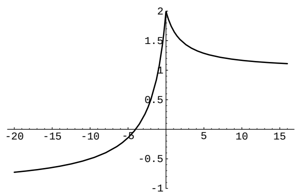
a) $f(0) = -1$ minimum, inflexionspunkter i $x = \pm\frac{1}{3}\sqrt{3}$, $y = 1$ asymptot.

b) $f(0) = -1$ lokalt maximum, $y = 1$ asymptot, $x = \pm 1$ lodrätta asymptoter.
c) $f(-3) = -\frac{27}{4}$ lokalt maximum, $x = -1$ lodrät asymptot, $y = x - 2$ sned asymptot.

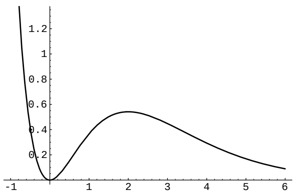
d)



e)

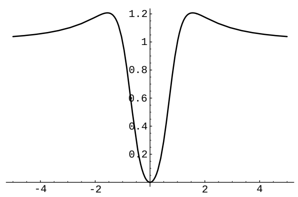


f)

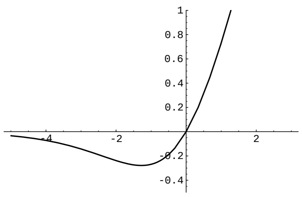


d) $y = x$ sned asymptot, inflexionspunkter $-\sqrt{3},\ 0,\ \sqrt{3}$
e) maximum $f(0) = 2$, $\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1$
f) minimum $f(0) = 0$, lokalt maximum $f(2) = 4/e^2$, $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$, inflexionspunkter $2 \pm \sqrt{2}$

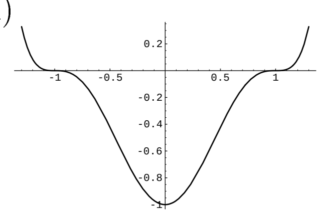
g)



h)

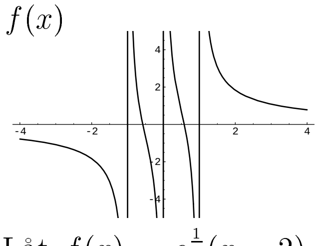


i)

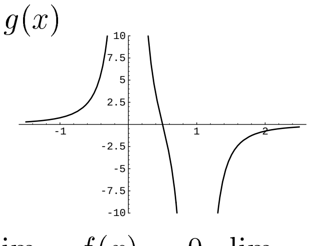


g) maxima $f(\pm\sqrt{1+\sqrt{2}}) = \frac{1}{2}(1+\sqrt{2})$. Andra derivatan är $2\frac{1+6x^2-12x^4-10x^6+3x^8}{(1+x^4)^3}$. Det är för jobbigt att beräkna nollställen. Grafen suggererar att det finns 4 reella nollställen, och en datorberäkning lär att de är $\pm 0,7034,\ \pm 2,0427$.
h) Sned asymptot $y = x$ för $x \to \infty$. Linjen $y = 0$ är en asymptot, ty $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$. Derivatan är $e^x(1+x+e^x)/(1+e^x)^2$. Funktionen $1+x+e^x$ har en nollställe: grafer till e^x och $-1-x$ skär varandra i en punkt. Igen går det bara att få fram ett numeriskt värde, som är -1.2785. Det är bättre att inte beräkna andra derivatans nollställen.
i) minimum $f(0) = -1$, inflexionspunkter ± 1, $\pm\frac{1}{5}\sqrt{5}$, $f(\pm 1 = 0)$, $f(\pm\frac{1}{5}\sqrt{5}) = -(\frac{4}{5})^3$.

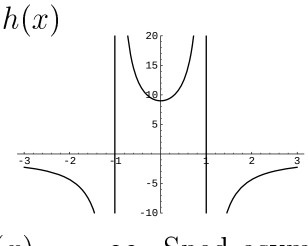
23. $f(x)$



$g(x)$



$h(x)$

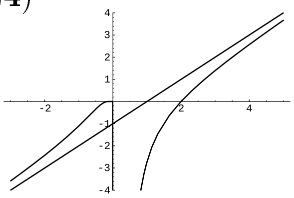


24. Låt $f(x) = e^{\frac{1}{x}}(x-2)$. $\lim_{x\uparrow 0} f(x) = 0$, $\lim_{x\downarrow 0} f(x) = -\infty$. Sned asymptot $y = x - 1$.

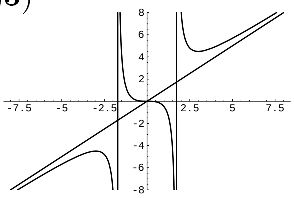
25. Lokala extrema $f(\pm 3) = \pm\frac{9}{2}$. Inflexionspunkt $x = 0$. Sned aymptot $y = x$.

26. Lokalt maximum $f(-3) = 6e^{-3}$, minimum $f(1) = -2e$. Inflexionspunkter $-2 \pm \sqrt{5}$. Funktionen är konkav för $x \le -2 - \sqrt{5}$ och $x \ge -2 + \sqrt{5}$, konvex för $-2 - \sqrt{5} \le x \le -2 + \sqrt{5}$.

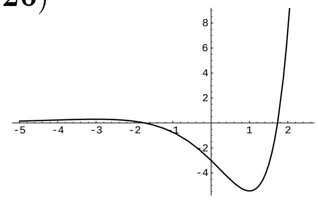
24)



25)



26)



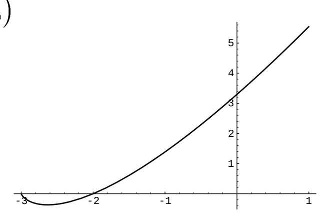
27. Undersök följande funktioner och rita grafen

a) $f(\frac{1}{e} - 3) = -\frac{1}{e}$ minimum

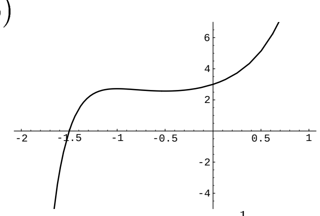
b) lokalt maximum $f(-1) = e$, lokalt minimum minimum $f(-\frac{1}{2}) = 2e^{\frac{1}{4}}$, inflexionspunkt $-0,7980358190$

c) minimum $f(-1) = -3e$, lokalt maximum $f(4) = 7/e^4$, inflexionspunkter $\frac{5}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{29}$

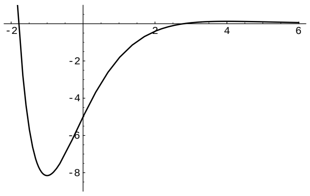
a)



b)



c)

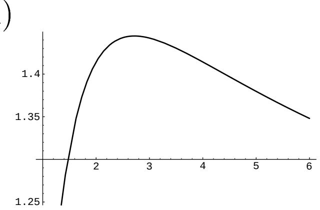


d) $f(1) = 1,\ f'(1) = 1$, maximum $f(e) = e^{\frac{1}{e}}$

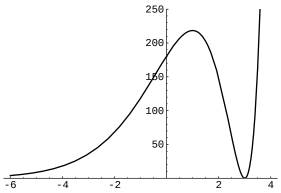
e) minimum $f(3) = 0$, lokalt maximum $f(1) = 4e^4$, inflexionspunkter $1 \pm \sqrt{2}$

f) Lokala extrema $f(1 \pm \pm\sqrt{7}) = \frac{20}{9} \mp \frac{14}{9}\sqrt{7}$, inflexionspunkt $x = 0$. Sned aymptot $y = x + 1$

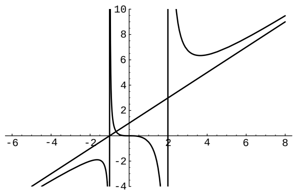
d)



e)



f)



28. Kvadraten med sidolängd 1 har den storsta möjliga arean.

29. För $\frac{1}{2}\sqrt{2} < |x| < 1$ gäller $\arcsin 2x\sqrt{1-x^2} = -2\arcsin x$.

Övningar till Kap. 5.

1. a) 6 b) 16 c) 7 d) $\frac{16}{3}$ e) $\frac{8}{5}\sqrt{2}$ f) $2\ln 5$ g) $\pi/2$ h) $81 + 2\ln 2$

2. a) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ b) $-\frac{1}{3}$ c) $\frac{\pi}{4}$ d) $\frac{\pi}{4}$ e) $\frac{1}{2}$ f) 2π g) $\frac{e^2+1}{2}$ h) $\frac{\pi}{2}$

3. a) 10 b) 4 c) 4 d) -4

4. a) $\frac{1}{3}\arctan 3x + C$ b) $-\frac{1}{5}\cos 5x + \frac{5}{2}\sin 2x + C$c) $-2/\sqrt{x} + C$ d) $\frac{1}{2}x|x| + C$

5. a) x^4 b) $-x^4$ c) $2x\sin x^2$

6. Integranden är positiv. Funktionen $\frac{1}{x}$ är inte definierad i $x = 0$, och är därför inte en primitiv funktion till $\frac{1}{x^2}$ på intervallet $[-1, 1]$.

7. a) 2 b) $2\sqrt{2} - 2$

8. c) $I = 1/630$

10. a) $\frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + C$ b) $\frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{9}x^3 + C$
c) $-x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C$ d) $x \arctan x - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + C$
e) $x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C$ f) $\ln \sin x + C$
g) $(x+1)\ln(1+x) - x + C$ h) $\frac{(x+1)^{m+1}((m+1)x-1)}{(m+1)(m+2)} + C$

11. a) $\frac{\pi^2}{4} - 2$ b) $\pi - 2$ c) $2\ln 2 - 1$ d) $-\frac{2}{9}$

12. a) $2e^{\sqrt{x}} + C$ b) $-\frac{1}{3(x^3+2)} + C$ c) $\arctan e^x + C$ d) $\ln \ln x + C$
e) $\sqrt{1+x^2} + C$ f) $\frac{1}{2}(\ln x)^2$ g) $\ln(1+x^6) + 2\arctan x^3 + C$
h) $x - \ln(1+e^x) + C$

13. a) $2/3$ b) $\frac{2}{3}\sqrt{2} - \frac{1}{3}$ c) $146/15$ d) $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

14. a) $2e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x} - 1) + C$ b) $2\sqrt{x}\sin\sqrt{x} + 2\cos\sqrt{x} + C$
c) $2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[6]{x} - 6\ln(1+\sqrt[6]{x}) + C$ d) $\frac{2}{1-\tan\frac{x}{2}} + C$

15. c) 0

16. $\ln(x + \sqrt{x^2+a^2}) + C$

17. a) $\ln\frac{x-1}{x} + C$ b) $\ln\frac{x-4}{x-3} + C$ c) $2\ln x - \ln(x+4) + C$

18. a) $\frac{1}{2}(x^2-1)\ln(1-x) - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + C$ b) $\frac{2}{3}\arcsin x^{\frac{3}{2}} + C$
c) $-\cos x + \frac{1}{3}\cos^3 x + C$ d) $\frac{e^x}{1+x} + C$
e) $x\ln^2 x - 2x\ln x + 2x + C$ f) 4

19. a) $\frac{x}{2} + \frac{1}{4}\sin 2x + C$ b) $\tan x - x + C$ c) $x\ln|x| - x + C$ d) $\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$
e) $\frac{x^a}{\ln x} + C$ f) $\frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$ g) $\arcsin\frac{x}{a} + C$ h) $\frac{1}{2}\arctan x^2$

20. $\int e^x \sin 2x \, dx = -\frac{2}{5}e^x\cos 2x + \frac{1}{5}e^x \sin 2x + C$
$\int e^x \cos 2x \, dx = \frac{1}{5}e^x\cos 2x + \frac{2}{5}e^x \sin 2x + C$

21. 1

22. $I_n = \frac{2n}{2n+1}I_{n-1}$, $I_0 = 1$, $I_1 = \frac{2}{3}$ och $I_n = 2^n(n!)^2/(2n+1)!$.

23. a) $\pi\sqrt{2}/4$