

Övningar

Lös följande differentialekvationer:

1. $xy' + 3y = x^2$
2. $y' + 2xy + 2x^2 + 1 = 0$
3. $y' + 2xy = xe^{-x^2}$, $y(0) = 1$
4. $(1 - x^2)y' - 2y = (1 + x)^2$, $y(2) = 3$
5. $(x + 1)y' + 2y = (x + 1)^3$
6. $y' - y \cos x = \sin 2x$
7. $(2 - x)y' + y^2 = 0$, $y(1) = 1$
8. $4xy'y^3 = 1$, $y(1) = 1$
9. $y' = e^{y-x}$
10. $x^2(y' + y^2) = y^2$, $y(2) = -2$
11. $(1 + x^2)y' = 1 + y^2$, $y(0) = 1$
12. $xy' + y^2 = 1$, $(x > 0)$

Svar:

1. $y = x^2/5 + Cx^{-3}$
2. $y = -x + Ce^{-x^2}$
3. $y = (x^2 + 2)e^{-x^2}/2$
4. $y = (x + 1)(x - 3)/(1 - x)$
5. $y = (x + 1)^3/5 + C(x + 1)^{-2}$
6. $y = Ce^{\sin x} - 2(1 + \sin x)$
7. $y = 1/(1 - \ln|x - 2|)$
8. $y = \sqrt[4]{1 + \ln x}$
9. $y = -\ln|C + e^{-x}|$
10. $x/(x^2 - 3x + 1)$
11. $y = (1 + x)/(1 - x)$
12. $y = (Cx^2 - 1)/(Cx^2 + 1)$

Lös följande problem:

1. En bassäng som rymmer 3000 liter är fylld med förorenat vatten. Föroreningens koncentration är 5%. Man börjar tappa ur det förorenade vattnet med en hastighet av 50 l/min. Samtidigt påfylls rent vatten med samma hastighet. Hur lång tid tar det tills koncentrationen gått ned till 1%?
2. En kropp med temperaturen 60° införes i ett rum med den konstanta temperaturen 20° . Efter 20 minuter är kroppens temperatur 40° . Vilken temperatur har den efter ytterligare 20 minuter? (Temperaturändringen är proportionell mot temperaturskillnaden.)
3. På förmiddagen började det snöa. En snöplog skickades ut kl. 12. Den hade plogat två mil kl.13 och tre mil kl.14. Hur dags började det snöa? (Är det inte ett naturligt problem?) Antag att snöfallet hade konstant intensitet och att plogen fick undan lika stor volym snö per tidsenhet.

Svar:

1. $\ln 5$ timmar 2. 30° 3. 11^{23}