LÖSNINGAR TILL NÅGRA MATLABÖVNINGAR

8. 355/113 är en bra rationell approximation av π, med felet mindre än $2.7 \cdot 10^{-7}$.

9. Första formeln ger rimligt små fel. Andra formeln ger relativa felet 1 då $x = 10^{-8}$, vilket är ett orimligt stort fel.

10. Relativa felet blir minst för $p = 4$, vilket är orimligt eftersom felet ska minska med avtagande r.

13. $if\ x\ >=\ -1\,\&\,x\ <=\ 2\,'mellan - 1\ och\ 2',\ else\,'ej\ i\ intervallet',\ end$

14.
$if\ test < 100$
$\quad kvot =' low'$,
$elseif\ test <= 150$
$\quad kvot =' medium'$,
$else$
$\quad kvot =' high'$
end

15. $s = 0;\ for\ i = 1 : 20\ s = s + 1/2\hat{}(i-1);\ end,\ s$

16. $s = 1;\ term = 1;\ while\ term >= 1e\text{-}6,\ term = term/2;\ s = s + term;\ end;\ s$

17.
$\%\ jag\ adderar\ b\ plus\ c\ i\ varabeln\ a$
$a = b + c$

resp.

$function\ f = addera(b, c)$
$\%\ jag\ adderar\ b\ plus\ c$
$f = b + c$;

som sedan kan användas i MATLAB genom att man t.ex. skriver $sum = addera(3, 5)$.

19.
$function\ s = harmonisk(n)$
$s = 0$;
$for\ i = 1 : n$
$\quad s = s + 1/i$;
end

resp.

$function\ n = harmonisk2(tak)$
$k = 1$;
$while\ harmonisk(k) < tak$,
$k = k + 1$;
end
$n = k$;

20. $x = 0 : 0.01 : 6 * pi;\ plot(x, cos(x))$

21. $x = 0 : 0.01 : 6 * pi;\ plot(x, sin(x) + cos(x), x, sin(x). * cos(x), x, sin(x)./exp(x))$

22. $x = 0 : 0.01 : 4$;
$subplot(2, 2, 1);\ plot(x, (5 * exp(-x./2))./(3 - 2 * cos(2 * pi * x)), x, x. * (1 + sin(pi * x)))$
$subplot(2, 2, 2);\ plot(x, (5 * exp(-x./2))./(3 - 2 * cos(2 * pi * x)) + x. * (1 + sin(pi * x)))$
$subplot(2, 2, 3);\ plot(x, (5 * exp(-x./2))./(3 - 2 * cos(2 * pi * x)). * x. * (1 + sin(pi * x)))$
$subplot(2, 2, 4);\ plot(x, x. * (1 + sin(pi * x))./(5 * exp(-x./2)). * (3 - 2 * cos(2 * pi * x)))$

23.
$function\ f = step(x)$
$if\ x <= 1$
  $f = 0$;
$elseif\ x <= 2$
  $f = 1$;
$else$
  $f = 0$;
end

$n = 0$;
$for\ t = 0 : 0.001 : 3,\ n = n + 1;\ x(n) = t;\ y(n) = step(t);\ end$
$plot(x, y)$
$axis([-1\ 4\ \ -1\ 2])$
$grid$

EXTRA:
$function\ f = step(x)$
$f = zeros(1, length(x))$;
$for\ i = 1 : length(x)$
$if\ x(i) <= 1$
  $f(i) = 0$;
$elseif\ x(i) <= 2$
  $f(i) = 1$;
$else$
  $f(i) = 0$;
end
end

24.
$function\ f = decrease(x)$
$f = -2 * (sin(x) + 0.3);$

och
$n = 1; t = -1;$
$while\ decrease(t) > 0$
$\quad x(n) = t;\ y(n) = decrease(t);$
$\quad n = n + 1;\ t = t + 0.01;$
end
$plot(x, y)$

EXTRA 1:
$xx = -1 : 0.01 : 1;$
$yy = decrease(xx);$
$i = min(find(yy < 0)) - 1;$
$plot(xx(1 : i), yy(1 : i));$

EXTRA 2:
$function\ rita(f)$
$xx = -1 : 0.01 : 1;$
$yy = feval(f, xx);$
$i = min(find(yy < 0)) - 1;$
$plot(xx(1 : i), yy(1 : i));$

25.
$x = linspace(-pi/2, pi/2, 40);$
$y = tan(x);$
$plot(x, y)$
$axis([-pi/2\ 9 * pi/2\ \ -10\ 10]);$
$hold\ on$
$for\ k = 1 : 4,\ xx = x + k * pi;\ plot(xx, y), end$
$title('tangentfunktionen')$
$xlabel('x')$
$ylabel('tan(x)')$

EXTRA:
$x = -pi/2 : 0.001 : 9 * pi/2;$
$y = tan(x);$
$y(find(abs(y) > 10)) = NaN;$
$plot(x, y)$
$xlabel('x')$
$ylabel('tan(x)')$

27.
$c = [0.72, 1.42];\ r = 2.5;$
$fi = 0 : 2 * pi/60 : 2 * pi;$
$x = c(1) + r * cos(fi);$
$y = c(2) + r * sin(fi);$
$plot(c(1), c(2),' *');$
$hold\ on$
$plot(x, y);$
$axis\ equal$

28.
$hold\ on$
$fi = 0 : 2 * pi/60 : 2 * pi;$
$for\ i = 1 : 10,$
$\quad xc(i) = 60 * rand;$
$\quad yc(i) = 45 * rand;$
$\quad plot(xc(i) + 5 * cos(fi), yc(i) + 5 * sin(fi));$
end
$axis('equal')$
$[x, y] = ginput(3);$
$for\ i = 1 : 10;$
$\quad c = [xc(i)\ yc(i)];$
$\quad for\ k = 1 : 3,$
$\qquad p = [x(k)\ y(k)];$
$\qquad if\ norm(p - c) < 5$
$\qquad\quad fill(c(1) + 5 * cos(fi), c(2) + 5 * sin(fi),' r');$
$\qquad end$
$\quad end$
end

29.
$x = 1 : 10;\ y = 0 : 0.2 : 1;$
$x3 = x.\hat{}3$
$x1 = x(1 : 5,\ x2 = x(6 : 10)$
$x = [x1\ x2]$

30. Enligt matrisalgebran blir $x' * y$ ett tal (en skalär) och $x * y'$ blir en matris.
EXTRA: Tänk som ekvationssystem, $x\backslash y$ överbestämt, x/y underbestämt.

31.
$prod(1 : n)$

32.
$sum(1./(1 : n))$

33.
$D = diag(2:4),\ A = [1\ 2\ 3; 4\ 5\ 6; 7\ 8\ 9]$
$D * A$ ger skalning av raderna i A, $A * D$ ger skalning av kolonnerna i A.

34. $P * A$ ger byte mellan rad 1 och 3 i A, $A * P$ ger byte mellen kolonn 1 och 3 i A.

35.
$A11 = A(1:2, 1:2),\ A12 = A(1:2, 3:4),\ A21 = A(3:4, 1:2),\ A22 = A(3:4, 3:4)$
$A = [A11\ A12; A21\ A22]$

36. För de aktuella matriserna gäller $AB = BA$ men matrismultiplikation är alltså inte kommutativ i allmänhet.

37.
$m = 1000;\ n = 500;\ A = rand(m, n);\ B = rand(n, m);\ x = rand(n, 1);\ y = rand(n, 1)$
$tic,\ A * (x * y') * B;\ toc$
$tic,\ (A * x) * (y' * B);\ toc$

38. $x = [-593\,982\ \ -242\,145]^T$ är korrekt och enda lösning ty rangen för A är full. MATLAB's backslash ger denna lösning, bortsett från beräkningsfel förstås.

39. Backslash ger lösningen $x = [1.6\ 0\ \ -0.2]^T$. Trappstegsformen via $rref([A\ b])$ ger parameterlösningen $x = [5/3 + t/3\ \ \ -1/3 - (5t)/3\ \ t]^T$, backslash-lösningen motsvarar alltså $t = -1/5$.

40. $X = A\backslash B$ ger $X = \begin{bmatrix} -2.143 & 1.143 & -2.143 \\ 2 & -1 & 2 \\ -0.286 & 0.286 & -0.286 \end{bmatrix}$
Om B är enhetsmatrisen blir X inversen till A.

41.
$X = A\backslash C/(B + 2 * eye(3))$ ger $X = \begin{bmatrix} 0.8 & 3.2 & -3.4 \\ -1.5 & -6.5 & 7.5 \end{bmatrix}$

42. $function\ f = ljud(r)$
$f = 20 * log10(r) + 0.00115 * r - 60;$

$fplot('ljud', [100\ 1000])$
$grid$
$[x, y] = ginput(1);$
$x = fzero('ljud', x)$

Nästan 889 meter.

43.
$function\ f = temp(t)$
$f = 28.3 * exp(-1./(5.17 * t))/sqrt(t) - 20;$

$fplot('temp', [0.01, 2])$
$grid$
$text(0.2, 0,'$ *klicka på roten till vänster*')

$[t1, y] = ginput(1);$
$t1 = fzero('temp', t1);$
$text(1.2, -3,'$ *klicka på roten till höger'*)
$[t2, y] = ginput(1);$
$t2 = fzero('temp', t2);$
$t = t2 - t1$

Svar: 1.4145 sekunder.

44 a)-c)
$fplot('ovn56\_funk', [-1, 1.5])$
$grid$
$zoom\ on$
$pause$
$for\ i = 1 : 3$
$\quad [x, y] = ginput(1);$
$\quad 'fzero :',\ x = fzero('ovn56\_funk', x)$
$\quad 'newton :',\ x = newton('ovn56\_funk','ovn56\_der', 1e\text{-}6)$
end
$'roots :',\ rotter = roots([1\ 0\ -1\ -0.3847]),$

Rötter: $-0.5666,\ -0.5881,\ 1.1546$

roots ger även eventuella komplexa röttet, se e)-uppgiften.

d) fzero är väsentligt långsammare än de andra två.

e) Koefficient $= -1.1$ ger de tre reella rötterna $-0.7783,\ -0.4144$ och 1.1927. Koefficient $= -0.9$ ger en reell rot 1.1157 och två komplexa rötter $-0.5579 \pm 0.1833\, i$.

45
$tic,\ q1 = quad('ovn66', 0, 1);\ toc$
$fel = q1 - log(2) - pi/2 + 2$
$tic,\ q2 = quadl('ovn66', 0, 1);\ toc$
$fel = q2 - log(2) - pi/2 + 2$

quad är snabbare **quadl** är noggrannare

46.
$function\ yprim = ovn74(t, y)$
$yprim = exp(-y) + t;$

$[t, y] = ode45('ovn74', [0\ 4], 0);$
$losn = y(length(y));$
$h = 0.1;$
$tid = 0;$
$euler = 0;$
$for\ k = 1 : 40$
$\quad euler = euler + h * (exp(-euler) + tid);\ tid = tid + h;\ tt(k) = tid;\ yy(k) = euler;$

end
$plot(t, y, tt, yy)$
$fel = abs(losn - euler)$

Felet i Eulers metod blir ungefär 0.14 i punktern $t = 4$

47.

$for\ h = [0.1\ 0.05\ 0.025]$
  $tid = 0;$
  $Temp = 100;$
  $for\ k = 1 : 20/h + 1e\text{-}12$
    $Temp = Temp - h * 0.04 * (Temp - 30);$
    $tid = tid + h;$
    $t(k) = tid;$
    $T(k) = Temp;$
  end
  $fel = T(length(T)) - 30 - 70 * exp(-0.04 * 20);$
  $[h\ fel]$
end

$h = 0.1$ ger felet -0.0504, $h = 0.05$ ger felet -0.0252 och $h = 0.025$ ger felet -0.0126 och vi ser att felet är proportionellt mot h som teorin säger.

48.

$function\ yprim = ovn76(t, y)$
$yprim = [y(2); -y(1)\hat{}3 - 0.05 * y(2)];$

$ode45('ovn76', [0, 10], [0; 1]);$