

Matematik
Göteborgs universitet
Hasse Carlsson

Hjälpmedel: Valfri räknedosa
Telefon: Jens Jonasson
0740-350646

**Tentamensskrivning i MAL420/600,
Analys fortsättningskurs
11 april 2001, 8.45-13.45**

Om du har läst kursen vid ett tidigare tillfälle finns en variant på skrivningen som är anpassad till den gamla kursen. Kontakta i så fall skrivningsvakten.

I lösningarna får du bara hänvisa till uträkningar som kan göras med en "typgodkänd" räknedosa. Du får alltså inte använda eventuella inbyggda program för ekvationslösning utan de succesiva beräkningarna måste redovisas. Du får inte heller hänvisa till figurer gjorda med en grafritande räknare.

1. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' = 2xy^2$ som uppfyller $y(1) = 1$.
2. Lös differentialekvationen

$$y'' + y' - 2y = e^x .$$

3. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos x - \cos 2x)}{2 \sin x - \sin 2x} .$$

4. (a) Hur många rötter har ekvationen $e^x - 5x$?
(b) Bestäm den största av rötterna med ett fel som är högst $1/10000$.
5. En bassäng är fylld med förorenat vatten. Föroreningens koncentration är 5%. Man börjar tappa ur det förorenade vattnet med konstant hastighet. Samtidigt påfylls rent vatten med samma hastighet. Efter tre timmar har koncentrationen föroreningar minskat till 3%. Hur lång tid tar det tills koncentrationen gått ned till 1%?
6. Visa att om $b > 0$ och $\sum_0^\infty a_n b^n$ är konvergent så konvergerar $\sum_0^\infty a_n x^n$ för alla x med $|x| < b$.