

Matematik
Göteborgs universitet
Hasse Carlsson

Hjälpmedel: Räknedosa
Telefon: Anders Öhgren
0740-350646

**Tentamensskrivning i MAL420/600,
Analys fortsättningskurs
17 mars 2001, 8.45-13.45**

Om du har läst kursen vid ett tidigare tillfälle finns en variant på skrivningen som är anpassad till den gamla kursen. Kontakta i så fall skrivningsvakten.

I lösningarna får du bara hänvisa till uträkningar som kan göras med en "typgodkänd" räknedosa. Du får alltså inte använda eventuella inbyggda program för ekvationslösning utan de succesiva beräkningarna måste redovisas. Du får inte heller hänvisa till figurer gjorda med en grafritande räknare.

1. Bestäm för $x > 0$ den lösning till differentialekvationen $xy' + 3y = 3x^3$ som uppfyller $y(2) = 5$.
2. Lös differentialekvationen

$$y'' + 9y = 6 \cos x .$$

3. (a) Hur många rötter har ekvationen $3 \arctan x = x$?
(b) Bestäm rötterna med tre decimalers noggrannhet.
4. För vilka x konvergerar potensserien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n+1} x^n ?$$

5. En kaffekopp ställs in i ett rum där temperaturen är 20° . Efter 5 minuter var kaffetemperaturen 80° och efter ytterligare 5 minuter hade den sjunkit till 70° . Hur varmt var kaffet från början. (Temperaturändringen är proportionell mot temperaturskillnaden.)
6. Formulera och bevisa Taylors formel i origo med restterm på integralform.

Skrivningen beräknas vara färdiggrättad och visas den 29 mars 11.45 i MD3.

**Tentamensskrivning i MAL420/600,
Analys fortsättningskurs
11 april 2001, 8.45-13.45**

Om du har läst kursen vid ett tidigare tillfälle finns en variant på skrivningen som är anpassad till den gamla kursen. Kontakta i så fall skrivningsvakten.

I lösningarna får du bara hänvisa till uträkningar som kan göras med en "typgodkänd" räknedosa. Du får alltså inte använda eventuella inbyggda program för ekvationslösning utan de succesiva beräkningarna måste redovisas. Du får inte heller hänvisa till figurer gjorda med en grafritande räknare.

1. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' = 2xy^2$ som uppfyller $y(1) = 1$.
2. Lös differentialekvationen

$$y'' + y' - 2y = e^x .$$

3. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos x - \cos 2x)}{2 \sin x - \sin 2x} .$$

4. (a) Hur många rötter har ekvationen $e^x - 5x$?
(b) Bestäm den största av rötterna med ett fel som är högst $1/10000$.
5. En bassäng är fylld med förorenat vatten. Föroreningens koncentration är 5%. Man börjar tappa ur det förorenade vattnet med konstant hastighet. Samtidigt påfylls rent vatten med samma hastighet. Efter tre timmar har koncentrationen föroreningar minskat till 3%. Hur lång tid tar det tills koncentrationen gått ned till 1%?
6. Visa att om $b > 0$ och $\sum_0^\infty a_n b^n$ är konvergent så konvergerar $\sum_0^\infty a_n x^n$ för alla x med $|x| < b$.

**Tentamensskrivning i MAL420/600,
Analys fortsättningskurs
11 augusti 2001, 8.45-13.45**

Om du har läst kursen vid ett tidigare tillfälle finns en variant på skrivningen som är anpassad till den gamla kursen. Kontakta i så fall skrivningsvakten.

I lösningarna får du bara hänvisa till uträkningar som kan göras med en "typgodkänd" räknedosa. Du får alltså inte använda eventuella inbyggda program för ekvationslösning utan de succesiva beräkningarna måste redovisas. Du får inte heller hänvisa till figurer gjorda med en grafritande räknare.

1. För vilka x konvergerar potensserien

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1} x^n ?$$

2. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x - \sin 2x}{x (e^{x^2} - \cos x)} .$$

3. Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y'' + 5y' + 6y = 20e^{2x}$$

som uppfyller $y(0) = y'(0) = 1$.

4. (a) Hur många rötter har ekvationen $x = 5 \ln x$, $x > 0$?
(b) Bestäm en av rötterna med ett fel som är högst $1/10000$.
5. I ett hus upphörde värmesystemet plötsligt att fungera på grund av strömavbrott. Husets innertemperatur var då 20° . I minst ett dygn efter strömavbrottet var yttertemperaturen konstant 5° . Efter tre timmar hade innertemperaturen sjunkit till 19° . Vad var temperaturen i huset efter ett dygn?
(Antag att temperatursänkningen per tidsenhet är proportionell mot skillnaden mellan inner och yttertemperatur.)
6. Förklara hur metoden med integrerande faktor fungerar för att lösa differentialekvationen

$$y' + f(x)y = g(x) .$$